ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

ШОПИН ИВАН ИВАНОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ГОРЯЧЕКАТАНОЙ СТАЛЬНОЙ ПОЛОСЫ ПРИ СМОТКЕ В РУЛОН ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЛОСКОСТНОСТИ В ХОЛОДНОМ СОСТОЯНИИ

Специальность 05.16.05 «Обработка металлов давлением»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель доктор технических наук, профессор С.М. Бельский

Оглавление

Оглавление	2
Введение	5
1. Литературный обзор и постановка задач исследования 10	0
1.1. Процесс формирования плоскостности горячекатаной полосы на	
НШСГП	0
1.2. НДС рулона в процессе смотки полосы1	5
1.3. ТС остывающего горячекатаного рулона 20	б
1.4. Изменение НДС рулона в процессе охлаждения	0
1.5. Формоизменение полосы по механизму релаксации напряжений 3.	3
1.6. Постановка цели и задач исследования 34	4
2. Моделирование НДС рулона при смотке горячекатаной полосы в рулон . 30	6
2.1. Упрощенная модель НДС рулона на моталке 30	6
2.2. Слоистая модель НДС рулона на моталке 39	9
2.3. Влияние шероховатости полосы на НДС рулона 43	8
2.4. Слоистая модель НДС рулона с учетом поперечной разнотолщинности	
полосы	7
2.5. Совместное влияние разнотолщинности и шероховатости полосы на	
НДС рулона7:	5
2.6. Влияние неплоскостности сматываемой полосы на НДС рулона 84	4
2.7. Проверка адекватности разработанной математической модели 92	2
2.8. Выводы по данной главе	4
3. Практическое использование модели НДС рулона	7
3.1. Возникновение проблемы потери устойчивости рулонами на АПП-3	
ЦДС на эмали RAL 900397	7
3.2. Виды потери устойчивости рулонов	8

3.3. Влияние сортамента на АПП-3 в I полугодии 2017 года на потерю
устойчивости рулоном 102
3.4. Влияние производителя эмали на потерю устойчивости рулоном 104
3.5. Влияние толщины полимерного покрытия и шероховатости
поверхности на устойчивость рулона105
3.6. Влияние режима работы правильной машины АПП-3 на устойчивость
рулона108
3.7. Влияние материнского рулона на устойчивость отдельных смоток 110
3.8. Воздействие температуры полосы на выходе из печей №1 и №2 на
потерю устойчивости рулоном 113
3.8. Влияние режима натяжения при смотке на устойчивость рулона 115
3.9. Выводы и рекомендации по результатам анализа обработки в I
полугодии 2017 года 117
3.10. Результаты после выполнения рекомендаций и проведение
дополнительного анализа118
3.11. Выводы по результатам использования слоистой математической
модели НДС рулонов для решения проблемы потери устойчивости на
АПП-3
4. Моделирование охлаждения рулона и воздействие на плоскостность
полосы
4.1. Тепловая модель охлаждения рулона 124
4.2 НДС рулона в процессе охлаждения после 127
4.3. Проверка адекватности модели ТС рулона в процессе охлаждения 130
4.4 Связь НДС и ТС рулона в процессе охлаждения 132
4.5 Моделирование изменения плоскостности полосы в процессе смотки и
охлаждения рулона144

4.6 Проверка модели изменения плоскостности полосы в процессе смот	ки и
охлаждения рулона	. 152
4.7. Выводы по данной главе	. 153
5. Улучшение производственного процесса за счет учета процесса	
формоизменения при смотке и охлаждении рулона	. 155
5.1. Возможность управления плоскостностью горячекатаной полосы с	
учетом формоизменения при смотке и охлаждении рулона в текущих	
условиях ПАО «НЛМК»	. 155
5.2. Снижение непроизводственных потерь в ЦДС ПАО «НЛМК» за сче	ет
учета формоизменения при смотке и охлаждении рулона	. 166
5.3. Выводы по данной главе	. 172
6. Основные выводы	. 174
Библиографический список	. 177
Приложение А. Справка по сопоставлению величин неплоскостности	. 199
Приложение Б. Уравнения Ляме в относительных координатах	. 202
Приложение В. Преобразования уравнения Ляме	. 203
Приложение Г. Уравнения термоупругости	. 211
Приложение Д. НСИ для настройки моталок стана 2000	. 221
Приложение Е. Регламент по предъявлению брака и н/п	. 227
Приложение Ж. Классификатор дефектов	. 232
Приложение З. Акт внедрения режима смотки полосы на АПП-З ЦДС	. 238

Введение

Ужесточение требований потребителей плоского металлопроката к таким показателям качества, как точность геометрических размеров и плоскостность, а также стремление производителя к снижению затрат на изготовление продукции приводит к необходимости повышения эффективности производства. Это особенно актуально в сегодняшней ситуации на рынке металлопроката, характеризующейся снижением цен из-за избытка производственных мощностей в мире.

Потребители горячекатаных полос и листов (включая цеха холодной прокатки) все чаще обозначают в качестве проблемы не только дефект «неплоскостность», но и деформацию после раскроя, вызванную остаточными напряжениями (рис. 1).



Рис. 1. Деформация горячекатаного листа после раскроя

Исследование формирования внутренних напряжений и плоскостности горячекатаных полос с целью более глубокого понимания и прогнозирования этих процессов является важной и актуальной задачей, решение которой позволит сократить издержки потребителей горячекатаного проката. При обработке полосы в клетях стана горячей прокатки формируется ее толщина, ширина и профиль поперечного сечения. Однако измеренная на выходе последней клети чистовой группы плоскостность полосы не является окончательной: она может значительно отличаться от плоскостности, измеренной у потребителя. Это свидетельствует о том, что при смотке и охлаждении рулона плоскостность горячекатаных полос может изменяться под воздействием внутренних напряжений и высокой температуры.

Изучению вопросов, связанных с плоскостностью горячекатаных работы Д. И. Суярова, М. А. Беняковского, полос. посвящены Ю. Д. Железнова, В. Н. Выдрина, В. П. Полухина, С. Л. Коцаря, В. М. Салганика, Э. А. Гарбера, В. Л. Мазура, Л. А. Кузнецова, В. Н. Хлопонина, А. В. Третьякова, А. Ф. Пименова, Г. В. Ашихмина, Р. Л. Шаталова. С. М. Бельского, Ю. А. Мухина, А. И. Трайно, В. А. Третьякова, В. В. Чащина, А. И. Божкова и других ученых-прокатчиков. Тем не менее, процессы формоизменения горячекатаной полосы при смотке остаются недостаточно изученными.

Научная проблематика диссертации заключается в исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) и теплового состояния (ТС) горячекатаных рулонов в процессах смотки и охлаждения в зависимости от толщины, ширины, поперечного профиля, шероховатости и неплоскостности полосы, а также режимов смотки и охлаждения. Понимание закономерностей изменения НДС ТС горячекатаного рулона позволяет И определять неравномерность вытяжки металла по ширине И, как следствие, прогнозировать изменение плоскостности полосы при смотке и охлаждении.

проблема Исследуемая актуальна металлургических для всех предприятий со станами горячей прокатки полос, в том числе и для ПАО НЛМК: маршрут обработки горячекатаных полос в цехе динамной стали (ЦДС) включает агрегат подготовки горячекатаных рулонов (АПгкР), где вырезаются участки полосы с критической величиной неплоскостности для исключения потерь, связанных со сбоями в стыкосварочных машинах и уводами в накопителях последующих агрегатов: агрегата нормализации (АН) и непрерывно-травильного агрегата (НТА). Для подката с допустимой неплоскостностью АПгкР может быть исключен из маршрута обработки, что Однако издержки производства. отсутствие достоверной снижает

информации о фактической плоскостности полос, поступающих из цеха горячего проката (ЦГП) в ЦДС, приводит к появлению риска образования дополнительных потерь.

Все это обуславливает актуальность исследования процессов формоизменения горячекатаных полос при смотке в рулон и последующем охлаждении.

Цель работы: прогнозирование плоскостности остывшей полосы для снижения потерь в цехе холодной прокатки за счет математического моделирования процессов формоизменения при смотке и охлаждении рулона.

Поставленная цель реализуется путем решения комплекса следующих задач:

1. Разработка математической модели НДС рулона при смотке с учетом комплексного влияния выпуклости профиля поперечного сечения, шероховатости, неплоскостности и температурного профиля горячекатаной полосы.

2. Разработка математической модели НДС и ТС рулона горячекатаной полосы с учетом неравномерности плотности смотки по ширине, шероховатости, неплоскостности и температурного профиля.

3. Разработка математической модели формоизменения горячекатаной полосы в рулоне по механизму ползучести.

4. Проверка адекватности разработанных математических моделей.

5. Теоретический анализ формоизменения горячекатаной полосы в рулоне и разработка практических рекомендаций по снижению потерь в цехе холодной прокатки от неплоскостности горячекатаной полосы.

Научная новизна результатов исследования:

1. Впервые разработана слоистая модель НДС рулона в процессе смотки, отличающаяся учетом комплексного влияния режима натяжения, длины, толщины, ширины, профиля поперечного сечения, шероховатости, неплоскостности и температурного профиля сматываемой полосы.

2. Впервые разработаны модели НДС и ТС рулона в процессе охлаждения после горячей прокатки с учетом неравномерности зазоров между витками по ширине полосы, которые определяются режимом натяжения, длиной, толщиной, шириной, профилем поперечного сечения, шероховатостью, неплоскостностью и температурным профилем сматываемой полосы.

3. Впервые разработана и использована в производстве модель прогнозирования плоскостности горячекатаной полосы, учитывающая неравномерность продольной деформации по механизму ползучести в процессе охлаждения рулона после смотки.

Практическая значимость работы

1. В результате выполнения представленной в диссертации работы были разработаны рекомендации по критическим величинам параметров профиля поперечного сечения, симметричной И ассиметричной составляющих плоскостности, при превышении которых изменяется маршрут обработки рулона. Это позволило уменьшить количество аварийных остановок и, как следствие, снизить расходный коэффициент на АН с 1,013 т/т в 2014 году до 1,009 т/т в 2015 году. Результаты исследований были закреплены в «Регламенте по предъявлению несоответствующей горячекатаных продукции И отнесению рулонов с превышением нормативного рас-ходного коэффициента при обработке на АПг/кР-1,2 ЦДС на виновника ЦГП, КЦ-1, КЦ-2, ЦДС».

2. Результаты работы позволили классифицировать дефекты горячекатаных полос по степени критичности. Внедрение разработанного «Классификатора дефектов ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали» привело к увеличению доли рулонов, обрабатываемых без АПг/кР ЦДС с 44% (январь-октябрь 2016г.) до 66% (ноябрь-декабрь 2016 г.) без увеличения производственных потерь на НТА ЦДС.

3. Разработаны программы расчета НДС и ТС рулона в процессе смотки горячекатаной полосы; программы зарегистрированы в

Общероссийском фонде алгоритмов и программ (свидетельства о регистрации №2017614068 и №2017611244).

4. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы на металлургических предприятиях полного цикла, включая «Северсталь», ММК, ArcelorMittal Темиртау и др., производящие холоднокатаный прокат.

1. Литературный обзор и постановка задач исследования

1.1. Процесс формирования плоскостности горячекатаной полосы на НШСГП

Неплоскостность является одной из геометрических характеристик и определяется отклонением полосы от плоской формы. Величина неплоскостности характеризуется амплитудой – максимальным отклонением полосы от плоскости A на заданной длине L и периодом – расстоянием между соседними вершинами λ (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Определение характеристик неплоскостности



Рис. 1.2. Описание неплоскостности на различных участках ширины

Существует два способа описания неплоскостности на различных участках ширины полосы, характеризуемой координатой *z* (рис. 1.2). Через неравномерность остаточных напряжений $\Delta \sigma_{\text{ост}}(z)$ и неравномерность длины $\Delta L(z) = L(z) - L$ [1].

Учитывая, что горячекатаная полоса в процессе обработки подвергается воздействию высокой температуры, при которой протекают процессы релаксации напряжений, целесообразнее определять форму полосы относительным удлинением различных участков полосы по ширине:

$$\Delta \varepsilon(z) = \Delta L(z)/L . \tag{1.1}$$

Общепринято измерять удлинение полосы в I-UNIT, единица которой равна 10⁻⁵м/м. [1]

Работы [2-63], направленные на получение горячекатаной стальной полосы, соответствующей наиболее высоким требованиям стандартов (ГОСТ 19903-74, ЕN 10029, ЛЅ G 3193 и других), предполагают, что после обработки в чистовой группе клетей стана горячей прокатки процесс формирования плоскостности прекращается и дальнейшая обработка оказывает незначительное воздействие на уже сформированную в процессе прокатки плоскостность.

Действительно, именно процессе интенсивной пластической В деформации, протекающей в чистовой группе клетей стана горячей прокатки, формируются геометрические характеристики полосы. Однако под воздействием температуры внутренние напряжения, возникающие при дальнейшей обработке (на отводящем рольганге, при смотке полосы и при охлаждении рулона), изменяют форму горячекатаной полосы. сформированную в чистовой группе клетей. В ряде работ описываются процессы формоизменения горячекатаной полосы на отводящем рольганге и в сматываемом рулоне, к которым можно отнести следующие.

Во-первых, плоскостность полосы может нарушаться на отводящем рольганге при охлаждении вследствие пластической деформации полосы под воздействием термических напряжений. Это явление подробно описано в работах [64-78]. Более того, в работах [77-78] предлагается заранее формировать специальную неплоскостность, которая будет компенсировать

последующее воздействие термических напряжений на форму полосы. Подобный подход можно применить при распространении математической модели формоизменения горячекатаной полосы и на последующие операции – смотка полосы в рулон и его дальнейшее медленное охлаждение.

Во-вторых, наличие рулонной кривизны, которая наблюдается на горячекатаной полосе в холодном состоянии. Рулонная кривизна образуется за счет двух процессов, вызванных изгибом полосы в процессе смотки: пластического деформирования непосредственно при смотке [79-80] и релаксации напряжений под воздействием высокой температуры [81]. Наличие на горячекатаной полосе рулонной кривизны свидетельствует, что при последующем медленном охлаждении в случае действия продольных напряжений будет происходить изменение длины полосы из-за релаксации. При различной величине продольных напряжений по ширине полосы явление релаксации также будет воздействовать на ее форму.

В-третьих, наблюдается низкая сходимость между параметрами неплоскостности горячекатаной полосы на выходе НШСГП 2000 ПАО «НЛМК», измеренными с помощью многофункциональной измерительной системы RM312, расположенной за последней клетью чистовой группы, и в линии агрегатов подготовки горячекатаных рулонов цеха динамных сталей (АПгкР-1,2 ЦДС). Совпадение вида неплоскостности («коробоватось», «волнистость», плоская полоса) происходит только в 37% случаев. В Приложении А представлена производственная справка, в которой показана низкая сходимость результатов таких измерений.

Столь низкий процент согласованности измерений объясняется не только формоизменением горячекатаной полосы под действием высокой температуры и внутренних напряжений, но и воздействием натяжения на полосу при измерении плоскостности за чистовой группой стана горячей прокатки. Однако следует отметить, что на первых 200 метрах и на последних 6 метрах прокатываемой полосы отсутствует натяжение.

Существует ряд работ, в которых авторы предлагают методы управления плоскостностью горячекатаной полосы на всех этапах ее производства.

Например, в работе [82] предложена математическая модель управления плоскостностью полосы для стана горячей прокатки с печными моталками. В модели учитываются реологические свойства прокатываемого материала, величины натяжений, упругие деформации валков и прочее. Учет реологических свойств позволяет оценивать воздействие ползучести металла на плоскостность полосы. Однако математическая модель, применяемая для управления плоскостностью на стане Стеккеля, не является универсальной и без адаптации не может быть применена для непрерывного широкополосного стана горячей прокатки.

В работе [83] также предложен комплексный подход к управлению плоскостностью на толстолистовом стане горячей прокатки. Управление плоскостностью осуществляется В процессе прокатки, процессе В ускоренного охлаждения, в процессе правки горячекатаного листа, в процессе охлаждения стопы листов и в процессе правки листов в холодном состоянии. В математической модели, применяемой в данной работе, не учитываются реологические свойства материала, изменение формы зависит от пластической деформации под воздействием термических только напряжений. Как и предыдущая работа, данная модель тоже не является универсальной И не может быть применена для непрерывного широкополосного стана горячей прокатки.

Наиболее полно формоизменение полосы после обработки полосы в чистовой группе широкополосного стана горячей прокатки работе [84]. Разработана комплексная модель формоизменения полосы, состоящая из модели чистовой группы клетей, модели отводящего рольганга, модели смотки и охлаждения рулона. В представленной комплексной модели учитываются следующие важные факторы: неравномерность температуры, фазовые превращения и режим смотки.

Но несмотря на комплексный подход в работе полностью не учитывается фактор шероховатости полосы, оказывающей воздействие и на НДС и на ТС рулона. Не рассмотрено влияние неплоскостности полосы на НДС Влияние рулона при смотке И охлаждении. поперечной фактор, разнотолщинности учитывается только как определяющий действия натяжения по ширине полосы. неравномерность Однако, поперечная разнотолщинность воздействует на НДС так же через неравномерную деформацию шероховатости по ширине и зазоры между соседними витками.

Но главным недостатком работы является использование линейной модели НДС и ТС рулона в процессе охлаждения, что не позволяет корректно учитывать образование и изменение зазоров между витками.

Вследствие высокой конкуренции на рынке металлопроката обеспечение все более ужесточающихся требований К качеству горячекатаных полос, в том числе и к плоскостности, является важной производственной задачей. Именно поэтому исследование процессов формоизменения горячекатаной полосы в процессе смотки в рулон и последующего его охлаждения, которое недостаточно изучено, является актуальным.

Изменение плоскостности горячекатаной полосы является сложным и многофакторным процессом, поэтому основным методом исследования в представленной работе является математическое моделирование. Из-за многофакторности исследуемого процесса целесообразно его декомпозировать. Можно четыре выделить составляющих процесса формоизменения горячекатаной полосы, которые в основном и определяют ее итоговое формоизменение. Это, во-первых, формирование НДС рулона в процессе смотки полосы; во-вторых, изменение температуры в процессе в-третьих, изменение НДС воздействием охлаждения рулона; под термических напряжений; и, в-четвертых, формоизменение горячекатаной

полосы вследствие проявления реологических свойств материала полосы (ползучесть). Рассмотрим каждую составляющую отдельно.

1.2. НДС рулона в процессе смотки полосы

В процессе литературного поиска не было найдено подходящих математических моделей НДС в процессе смотки горячекатаной полосы на моталке НШСГП, которые можно было бы использовать непосредственно для анализа. Однако, существует большое количество моделей НДС холоднокатаной полосы. Это связано с активным исследованием механизмов образования дефекта «полосы-линии скольжения (излом)» при термической обработке в колпаковых печах. Проведем анализ упомянутых моделей.



Рис. 1.3. Расчетная схема к модели В.Л. Мазура и В.И. Тимошенко

В. Л. Мазуром разработана математическая модель НДС рулона холоднокатаной полосы [85-87], которая лежит в основе многих исследований [88-99]. Суть математической модели сводится к составлению системы уравнений равновесия:

$$A_i p_{i-1} - D_i p_i + B_i p_{i+1} = -F_i , \qquad (1.2)$$

где *i* – номер витка; $0 \le i \le N$; N – общее количество витков; p_{i-1} – давление на внутренней поверхности -го витка; p_i – давление на наружной поверхности *i*-го витка; p_{i+1} – давление на наружной поверхности (i + 1)-го витка; A_i , B_i , D_i – коэффициенты, определяемые из геометрических размеров и физических констант *i*-го и (i + 1)-го витков; F_i – свободный член уравнения, определяется величиной сближения *i*-го и (i + 1)-го витков $\Delta \delta_i$ под действием нагрузки p_i , причем $F_i \rightarrow 0$, когда $\Delta \delta_i \rightarrow 0$.

Расчетная схема представлена на рис. 1.3. Коэффициенты A_i , B_i , D_i определяются из равенства:

$$u_i^{\mathrm{H}} = u_{i+1}^{\mathrm{B}} + \Delta \delta_i \quad , \tag{1.3}$$

где $u_i^{\text{н}}$ – перемещение на наружной поверхности -го витка; $u_{i+1}^{\text{в}}$ – перемещение на внутренней поверхности (*i* + 1)-го витка.

Перемещения находятся по выражениям:

$$u_i^{\rm H} = r_i^{\rm AH} - r_i^{\rm H}, \quad u_i^{\rm B} = r_i^{\rm AB} - r_i^{\rm B}, \qquad (1.4)$$

где r_i^{B} , r_i^{H} – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка в недеформированном состоянии; $r_i^{\text{дB}}$, $r_i^{\text{дH}}$ – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка в деформированном состоянии.

Расчет перемещений осуществляется по следующей формуле:

$$u(r) = \frac{k_{i} - \mu_{i}}{E_{ti}} \frac{p_{i-1}(r_{i}^{\text{B}})^{k_{i+1}} - p_{i}(r_{i}^{\text{H}})^{k_{i+1}}}{(r_{i}^{\text{H}})^{2k_{i}} - (r_{i}^{\text{B}})^{2k_{i}}} r^{k_{i}} + \frac{k_{i} - \mu_{i}}{E_{ti}} \frac{p_{i-1}(r_{i}^{\text{H}})^{k_{i-1}} - p_{i}(r_{i}^{\text{B}})^{k_{i-1}}}{(r_{i}^{\text{H}})^{2k_{i}} - (r_{i}^{\text{B}})^{2k_{i}}} \frac{(r_{i}^{\text{B}})^{k_{i+1}} r^{k_{i+1}}}{r^{k_{i}}},$$
(1.5)

где r – радиальная координата; $r_i^{\text{B}} \le r \le r_i^{\text{H}}$; u(r) – перемещение, соответствующее радиальной координате; $k_i = \sqrt{E_{ti}/E_{ri}}$ – коэффициент; E_{ti}

– модуль упругости в тангенциальном направлении; E_{ri} – модуль упругости в радиальном направлении; μ_i – коэффициент Пуассона.

В общем случае толщина полосы и упругие свойства для различных витков, могут отличаться друг от друга ($h_i \neq h_{i+1}, E_{ti} \neq E_{t(i+1)}, E_{ri} \neq E_{r(i+1)},$ $\mu_i \neq \mu_{i+1}$). Граничное условие на наружной границе задается как давление внешнего витка $p_{N-1,N}$ представленного тонкой оболочкой:

$$p_{N-1,N} = \sigma_0 h_N / r_{N-1}^{\rm H} \quad , \tag{1.6}$$

где σ_0 – удельное натяжение полосы при смотке; h_N – толщина внешнего витка; r_{N-1}^{H} – внешний радиус предпоследнего витка.

Условие на внутренней границе рассчитывается как реакция барабана моталки, представленного эквивалентным полым цилиндром, на давление внешнего витка.

Предложенная В.Л. Мазуром и В.И. Тимошенко модель учитывает изменение НДС рулона при изменении температурного поля после смотки полосы. Это возможно благодаря тому, что общее перемещение *i*-го витка в радиальном направлении u_i представляется суммой перемещений, вызванных межвитковым давлением u_i^p и изменением температуры u_i^{T} :

$$u_i = u_i^p + u_i^{\mathrm{T}}.\tag{1.7}$$

Радиальные перемещения из-за изменения температуры витка определяется с помощью решения задачи о НДС цилиндра при переменном температурном поле [100].

$$u_{i}^{\text{TB}} = \frac{2\alpha_{T}r_{i}^{\text{B}}\rho_{i-1}}{1-\rho_{i-1}^{2}}\int_{\rho_{i-1}}^{1} (T-T_{0})\rho d\rho , \ u_{i}^{\text{TH}} = \frac{2\alpha_{T}r_{i}^{\text{H}}}{1-\rho_{i-1}^{2}}\int_{\rho_{i-1}}^{1} (T-T_{0})\rho d\rho , \ (1.8)$$

где $\rho_{i-1} = r_i^{\text{B}}/r_i^{\text{H}}$; T_0 – температура при смотке рулона; T – температура в момент расчета напряжений; u_i^{TB} , u_i^{TH} – перемещения под воздействием температуры на внутренней и наружной поверхностях витка; α_T – коэффициент температурного расширения.

Для случая равномерного распределения температуры смотки полосы по всему рулону и равномерного распределения температуры в пределах одного витка формула (1.3) с учетом выражения (1.7) принимает следующий вид:

$$u_i^{p_{\rm H}} = u_{i+1}^{p_{\rm B}} + \Delta \delta_i + \alpha_T r_i^{\rm H} (T_{i+1} - T_i), \qquad (1.9)$$

где u_i^{ph} , u_{i+1}^{pB} – перемещение под действием межвиткового давления на наружной и внутренней поверхностях витков; T_i , T_{i+1} – температуры *i*-го и (i + 1)-го витков.

Данная модель определяет НДС с точностью, достаточной для выработки рекомендаций, позволивших значительно сократить дефект «полосы-линии скольжения (излом)» на холоднокатаных отожжённых полосах.

Недостатком этой математической модели является представление о плотном прижатии витков друг к другу. Такое представление рулона аналогично представлению сплошным полым цилиндром. Представление усложняется до сплошного полого анизотропного цилиндра, при учете шероховатости в выражении (1.3). Однако составление уравнений на основе равенства перемещений делает невозможным учитывать образование межвиткового зазора, при котором отсутствует контакт между витками даже с учетом шероховатости. Из-за этой особенности модель дает заниженные результаты, и авторам для согласования с экспериментальными данными приходится подбирать коэффициент упругости в радиальном направлении. Этот недостаток не позволяет корректно учитывать факторы, способные приводить к нарушению сплошности рулона, например, поперечную разнотолщинность и неплоскостность полосы.

Наряду с этим, вычисление температурной составляющей неплоскостности базируется на допущении равномерного распределения температуры смотки полосы по ширине в пределах одного витка. Эти допущения для случая горячей прокатки являются грубыми.

А.В. Мамышев предлагает оригинальную модель НДС рулона в процессе смотки [101], которая позволяет учитывать фактор неплоскостности

полосы. Дифференциальное уравнение теории упругости в перемещениях записывается следующим образом [102]:

$$1/(1-2\nu)$$
 grad div $\vec{u} + \nabla^2 \vec{u} + \vec{K} \rho/G = 0,$ (1.10)

где \vec{u} – вектор упругих перемещений; \vec{K} – вектор объемной силы; ρ , G и ν – плотность, модуль сдвига и коэффициент Пуассона деформируемого материала.

При отсутствии объемных сил ($\vec{K} = 0$) решение уравнения (1.10) в форме Папковича-Нейбера записывается следующим образом [102]:

$$\vec{u} = 4(1-\nu)\vec{B} - grad(\vec{R}\vec{B} + B_0), \qquad (1.11)$$

где \vec{B} – гармонический вектор ($\nabla^2 B = 0$), B_0 – гармонический скаляр.

Вектора \vec{u} и \vec{B} проецируются на оси цилиндрической системы координат следующим образом [102]:

$$\vec{B} = \vec{e}_r B_r + \vec{e}_{\varphi} B_{\varphi} + \vec{e}_z B_z$$
, $\vec{u} = \vec{e}_r u + \vec{e}_{\varphi} v + \vec{e}_z w$, (1.12)

где \vec{e}_r , \vec{e}_{φ} и \vec{e}_z – единичные вектора осей цилиндрической системы координат, u, v, w – перемещения по осям r, φ, z соответственно.

С учетом периодичности по координате φ параметры B_0 , B_z , B_r и B_{φ} , удобно представлять рядами Фурье [102]:

$$\begin{cases} B_0 = b_0^0(r, z) + \sum_{k=1}^{\infty} b_0^k(r, z) \cos k\varphi \\ B_z = b_z^0(r, z) + \sum_{k=1}^{\infty} b_z^k(r, z) \cos k\varphi \\ B_r = b_r^0(r, z) + \sum_{k=1}^{\infty} b_r^k(r, z) \cos k\varphi \\ B_{\varphi} = b_{\varphi}^0(r, z) + \sum_{k=1}^{\infty} b_{\varphi}^k(r, z) \sin k\varphi \end{cases},$$
(1.13)

где b_0^k, b_z^k, b_r^k и b_{φ}^k функции Папковича-Нейбера, k - целое число, соответствующее номеру коэффициента Фурье.

В случае осесимметричной деформации (v = 0 и $B_{\varphi} = 0$) для всех $k \neq 0$ функции $b_0^k = 0, b_z^k = 0, b_r^k = 0$. Уравнения для перемещений (1.11) для такого случая через функции Папковича-Нейбера в относительных координатах $b_0(x,\xi), b_{\xi}(x,\xi)$ и $b_r(x,\xi)$ для полого цилиндра записываются следующим образом:

$$\begin{cases} u = r_{\rm H} \left[-\partial b_0 / \partial x + \xi \, \partial b_{\xi} / \partial \xi + (3 - 4\nu) b_r - x \, \partial b_r / \partial x \right] \\ w = r_{\rm H} \left[(3 - 4\nu) b_{\xi} - \partial b_0 / \partial \xi + \xi \, \partial b_{\xi} / \partial \xi - x \, \partial b_r / \partial \xi \right] \quad , \qquad (1.14)$$

где x – безразмерная переменная вида $x = r/r_{\rm H}$; $r_0/r_{\rm H} = x_1 \le x \le 1$; r – радиальная координата; r_0 – внутренний радиус рулона; $r_{\rm H}$ – наружный радиус рулона; ξ – безразмерная переменная вида $\xi = z/r_{\rm H}$ для полого цилиндра длиной 2ℓ : $-L \le \xi \le L = \ell/r_{\rm H}$.

Далее осуществляется переход от перемещений к напряжениям [102]: уравнения для радиальных (σ_r), тангенциальных (σ_{φ}) и касательных (τ_{rz}) напряжений записываются в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{2G}\sigma_{r} = 2\nu\frac{\partial b_{\xi}}{\partial\xi} - \left(\frac{\partial^{2}b_{0}}{\partialx^{2}} - \xi\frac{\partial^{2}b_{\xi}}{\partialx^{2}}\right) + 2(1-\nu)\frac{\partial b_{r}}{\partialx} + 2\nu\frac{b_{r}}{x} - x\frac{\partial^{2}b_{r}}{\partialx^{2}} \\ \frac{1}{2G}\sigma_{\varphi} = 2\nu\frac{\partial b_{\xi}}{\partial\xi} - \frac{1}{x}\left(\frac{\partial b_{0}}{\partialx} + \xi\frac{\partial b_{\xi}}{\partialx}\right) - (1-2\nu)\frac{\partial b_{r}}{\partial\xi} + (3-2\nu)\frac{b_{r}}{x} . \quad (1.15) \\ \frac{1}{2G}\tau_{rz} = (1-2\nu)\frac{\partial b_{\xi}}{\partial\xi} - \left(\frac{\partial^{2}b_{0}}{\partialx\partial\xi} + \xi\frac{\partial^{2}b_{\xi}}{\partialx\partial\xi}\right) + (1-2\nu)\frac{\partial b_{r}}{\partial\xi} - x\frac{\partial^{2}b_{r}}{\partialx\partial\xi} \end{cases}$$

Для решения задачи об осесимметричной деформации достаточно использовать только две функции b_0 и b_r , т.к. $b_{\xi} = 0$ [102]. Для функций b_0 и b_r должны выполняться условия:

$$\nabla^2 b_0 = 0; \ \nabla^2 b_r - b_r / x^2 = 0, \tag{1.16}$$

где $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial / x \partial x + \partial^2 / \partial \xi^2$ – оператор Лапласа в цилиндрических координатах для случая осесимметричной деформации.

Условие (1.16) выполняется для функций $b_0(x,\xi)$ и $b_r(x,\xi)$ вида:

$$b_0(x,\xi) = g_0(x)e^{i\beta\xi} = g_0(x)[\cos(\beta\xi) + i\sin(\beta\xi)] \quad , \qquad (1.17)$$

$$b_r(x,\xi) = g_1(x)e^{i\beta\xi} = g_1(x)[\cos(\beta\xi) + i\sin(\beta\xi)]$$
, (1.18)

где $\beta = k\pi/L$ – вещественный коэффициент; k – целое число, соответствующее номеру коэффициента Фурье; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; $g_0(x)$ и $g_1(x)$ находятся подстановкой уравнений (1.17) и (1.18) в (1.16):

$$g_n''(x) + (1/x)g_n'(x) - (\beta^2 + n^2/x^2)g_n(x) = 0,$$
 (n = 0,1). (1.19)

Решение этого уравнения представляется в следующем виде [102-103]:

$$g_n(x) = C_1^{(n)} I_n(\beta x) + C_2^{(n)} K_n(\beta x), \qquad (1.20)$$

где $I_n(\beta x)$ и $K_n(\beta x) - функции Инфельда и Макдональда [103].$

В случае осесимметричной деформации относительно оси $\xi = 0$ примем

$$b_0 = g_0(x)cos(\beta\xi), \ b_r = g_1(x)cos(\beta\xi).$$
 (1.21)

Тогда система (1.18) примет вид

$$\begin{cases} \sigma_r/2G = \{(1/x)g_0'(x) - \beta^2 g_0(x) + (3 - 2\nu)g_1'(x) - \\ -[\beta^2 + (1 - 2\nu)/x^2]xg_1(x)\}\cos(\beta\xi) \\ \frac{\sigma_{\varphi}}{2G} = \cos(\beta\xi)/x\left[(3 - 2\nu)g_1(x) - g_0'(x)\right] + (1 - 2\nu)g_1(x)\beta\sin(\beta\xi) \end{cases}$$
(1.22)
$$\tau_{rz}/2G = \left[g_0'(x) + xg_1'(x) - (1 - 2\nu)g_1(x)\right]\beta\sin(\beta\xi)$$

Зададим граничные условия по закону:

$$\begin{cases} x = 1; \ \sigma_r = -a_k \cos(\beta\xi); \ \tau_{rz} = c_k \sin(\beta\xi) \\ x = x_1; \ \sigma_r = -a'_k \cos(\beta\xi); \ \tau_{rz} = c'_k \sin(\beta\xi) \end{cases},$$
(1.23)

где a_k, a'_k, c_k и c'_k – коэффициенты Фурье.

Уравнения (1.21) и (1.22) рассматривают случай симметричной нагрузки. Случай кососимметричной нагрузки относительно среднего сечения цилиндра рассматривается аналогично; требуется заменить $cos(\beta\xi), sin(\beta\xi)$ на $sin(\beta\xi), -cos(\beta\xi)$ соответственно в формулах (1.21) и (1.22)

Запишем уравнения (1.20) в виде:

 $g_0(x) = D_1 I_0(\beta x) + D_2 K_0(\beta x)$, $g_1(x) = C_1 I_1(\beta x) + C_2 K_1(\beta x)$, (1.24) где C_1, C_2, D_1, D_2 неизвестные коэффициенты.

Для производных $g'_0(x)$ и $g'_1(x)$ записываем следующие выражения:

$$\begin{cases} g'_{0}(x) = D_{1}[\beta I_{1}(\beta x)] + D_{2}[-\beta K_{1}(\beta x)] \\ g'_{1}(x) = C_{1}\left[\beta I_{0}(\beta x) - \frac{I_{1}(\beta x)}{x}\right] + C_{2}\left[-\beta K_{0}(\beta x) - \frac{K_{1}(\beta x)}{x}\right]. \quad (1.25) \end{cases}$$

Подставляя (1.23), (1.24) и (1.25) в (1.22), получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} K_{D_{1}}^{\sigma}(1)D_{1} + K_{D_{2}}^{\sigma}(1)D_{2} + K_{C_{1}}^{\sigma}(1)C_{1} + K_{C_{2}}^{\sigma}(1)C_{2} = a_{k} \\ K_{D_{1}}^{\sigma}(x_{1})D_{1} + K_{D_{2}}^{\sigma}(x_{1})D_{2} + K_{C_{1}}^{\sigma}(x_{1})C_{1} + K_{C_{2}}^{\sigma}(x_{1})C_{2} = a'_{k} \\ K_{D_{1}}^{\tau}(1)D_{1} + K_{D_{2}}^{\tau}(1)D_{2} + K_{C_{1}}^{\tau}(1)C_{1} + K_{C_{2}}^{\tau}(1)C_{2} = c_{k} \\ K_{D_{1}}^{\tau}(x_{1})D_{1} + K_{D_{2}}^{\tau}(x_{1})D_{2} + K_{C_{1}}^{\tau}(x_{1})C_{1} + K_{C_{2}}^{\tau}(x_{1})C_{2} = c'_{k} \end{cases},$$
(1.26)

где
$$K_{D_1}^{\tau}(x) = \beta I_1(\beta x);$$
 (1.27)

$$K_{D_2}^{\tau} = -\beta K_1(\beta x); \tag{1.28}$$

$$K_{C_1}^{\tau} = x\beta I_0(\beta x) - I_1(\beta x) - (1 - 2\nu)I_1(\beta x); \qquad (1.29)$$

$$K_{C_2}^{\tau} = -x\beta K_0(\beta x) - K_1(\beta x) - (1 - 2\nu)K_1(\beta x) ; \qquad (1.30)$$

$$K_{D_1}^{\sigma} = \beta I_1(\beta x) / x - \beta^2 I_0(\beta x); \qquad (1.31)$$

$$K_{D_2}^{\sigma} = -\beta K_1(\beta x) / x - \beta^2 K_0(\beta x) ; \qquad (1.32)$$

$$K_{C_1}^{\sigma} = (3 - 2\nu)[\beta I_0(\beta x) - I_1(\beta x)/x] - [\beta^2 x + (1 - 2\nu)/x]I_1(\beta x); \quad (1.33)$$

$$K_{C_2}^{\sigma} = (3 - 2\nu)[-\beta K_0(\beta x) - K_1(\beta x)/x] - [\beta^2 x + (1 - 2\nu)/x]K_1(\beta x) . (1.34)$$

Решив систему (1.29) для C_i и D_i (i = 1,2), можно рассчитать напряжения τ_{rz} , σ_r , σ_{φ} в любой точке рассматриваемого цилиндра. Граничные условия необходимо представлять в виде рядов Фурье, что делает возможным разделение переменных в уравнениях (1.17) и (1.18):

$$\begin{cases} x = 1; \ \sigma_r = -a_0 - \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(\beta\xi) - \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(\beta\xi), \\ \tau_{rz} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(\beta\xi) + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \cos(\beta\xi); \\ x = x_1; \ \sigma_r = -a'_0 - \sum_{k=1}^{\infty} a'_k \cos(\beta\xi) - \sum_{k=1}^{\infty} b'_k \sin(\beta\xi), \\ \tau_{rz} = \sum_{k=1}^{\infty} c'_k \sin(\beta\xi) + \sum_{k=1}^{\infty} d'_k \cos(\beta\xi); \end{cases}$$
(1.35)

где $a_0, a'_0, a_k, a'_k, b_k, b'_k, c_k, c'_k, d_k, d'_k$ – коэффициенты Фурье.

Решение для коэффициентов a_0 и a'_0 получается из решения Ляме [101].

$$\begin{cases} \sigma_r = [(x^2 - 1)a'_0 x_1^2 - (x^2 - x_1^2)a_0]/[(1 - x_1^2)x^2] \\ \sigma_{\varphi} = [(x^2 + 1)a'_0 x_1^2 - (x^2 + x_1^2)a_0]/[(1 - x_1^2)x^2] \\ \tau_{rz} = 0 \end{cases}$$
(1.36)

Решение в общем случае получается сложением отдельных решений для каждой пары коэффициентов Фурье и для каждого витка.

$$\begin{cases} \sigma_{r}(r,z) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{M} \sigma_{r}^{ik}(r,z) \\ \sigma_{\varphi}(r,z) = \sigma_{0}(r,z) + \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{M} \sigma_{\varphi}^{ik}(r,z) , \\ \tau_{rz}(r,z) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{M} \tau_{r}^{ik}(r,z) \end{cases}$$
(1.37)

где N – количество витков в рулоне; M – количество членов ряда Фурье; $\sigma_r^{ik}(r,z), \sigma_{\varphi}^{ik}(r,z), \tau_r^{ik}(r,z)$ – напряжения, рассчитанные для *i*-го витка и -го коэффициента аппроксимации.

Несмотря на высокую точность, показанную в работе [101], модель имеет ряд недостатков и ограничений:

1. При росте аргумента (βx) функция Инфельда быстро возрастает ($I_n(\beta x) \to \infty$), функция Макдональда быстро стремится к нулю ($K_n(\beta x) \to 0$), поэтому количество коэффициентов аппроксимации ограничено, что дает дополнительную погрешность модели из-за неточности аппроксимации.

2. При стремлении аргумента (βx) к нулю функция Макдональда стремится к бесконечности ($K_n(\beta x) \rightarrow \infty$), что не позволяет использовать решения для полых цилиндров с отношением $\ell/R < 1$, что характерно для узких полос на внешних витках.

3. Сложность решения, которая затрудняет применение данной модели в качестве подмодели в описании сложных процессов.

4. Рассматривается модель сплошного цилиндра, поэтому данная модель может учитывать неплоскостноть только для случая, когда не образуется зазор между витками. Поперечная разнотолщинность в данной модели как влияющий фактор не рассматривается.

Существует еще ряд моделей НДС рулона, образованного смоткой полосы [104-107] в которых рулон рассматривается как сплошной анизотропный полый цилиндр. Это не позволяет учитывать влияние на НДС неплоскостности и поперечной разнотолщинности, наличие которых на полосе приводит к образованию зазоров между витками в смотанном рулоне. Подобный недостаток для случая расчета НДС рулона горячекатаной стали будет приводить к занижению действующих в рулоне напряжений из-за завышения длины контакта между витками.

Учет межвитковых зазоров с привлечением анизотропии упругих свойств. При таком подходе возникает потребность в измерении анизотропии упругих свойств в радиальном E_r и тангенциальном E_t направлении. С этой целью проводились испытания по сжатию пакетов шероховатой полосы [85, 92]. Это позволяет находить экспериментальную зависимость между усилием сжатия *p* и величиной сближения витков $\Delta\delta$, что решает проблему учета влияния шероховатости полосы на НДС рулона, но не решает проблему

образования межвитковых зазоров из-за неплоскостности и поперечной разнотолщинности горячекатаной полосы.

В работах [101, 108] рассматривается альтернативный способ расчета величины сближения витков $\Delta \delta_i$ под действием нагрузки *p* на основе теоретико-вероятностного подхода [109]. Рассмотрим зависимость величины сближения контактирующих шероховатых поверхностей $\Delta \delta$ от среднего контактного давления *p* между ними (рис. 1.4):

$$p = [0,5 - \Phi_0(u/d)]HB \tag{1.38}$$

где HB – твердость контактирующих поверхностей, МПа; u – расстояние между средними линиями профилей шероховатости поверхностей [101, 108] (рис. 4); d – дисперсия процесса шероховатости, определяется по соотношению $d = 1,25R_a$ [100, 107], R_a - шероховатость поверхности, $\Phi_0(x)$ – интеграл вероятностей для нормального распределения [109]:



$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt.$$
(1.39)

Рис. 1.4. Сближение шероховатых поверхностей. 1 – средние линии профиля.

Параметры *и* и *d* связаны следующим соотношением [108]:

$$u = 3d - \Delta\delta. \tag{1.40}$$

Зависимость величины твердости и предела прочности (σ_B) выражается следующим образом [108]:

$$HB = 3,12\sigma_{\rm B}$$
 (1.41)

Для удобства практического применения формулы (1.38) совершим следующие преобразования:

$$\frac{p}{HB} = 0.5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt; \qquad (1.42)$$

$$\sqrt{2\pi}\frac{p}{HB} = 0.5\sqrt{2\pi} - \int_0^x e^{-t^2/2} dt; \qquad (1.43)$$

$$\sqrt{2\pi}\frac{p}{HB} = 0.5\sqrt{2\pi} - \left(\int_0^3 e^{-t^2/2}dt + \int_3^x e^{-t^2/2}dt\right).$$
(1.44)

Учитывая, что:

$$\int_0^3 e^{-t^2/2} dt \approx 0.5\sqrt{2\pi} \quad \text{M} \quad \int_3^x e^{-t^2/2} dt = -\int_x^3 e^{-t^2/2} dt \,, \tag{1.45}$$

получим выражение (1.38) в следующем виде:

$$\int_{x}^{3} e^{-t^{2}/2} dt = \sqrt{2\pi} \frac{p}{HB}, \qquad (1.46)$$

где, согласно (1.38), $x = u/d = (3d - \Delta\delta)/d = 3d/d - \Delta\delta/d = 3 - \Delta\delta/d$.

Формулу (1.46) можно использовать напрямую (решая интеграл численно), но это значительно увеличивает сложность и длительность расчетов. Поэтому в работе [108] для условий производства холоднокатаных полос:

$$0 \le p \le 100 \text{ Mma}, \qquad 1500 \text{ Mma} \le HB \le 2000 \text{ Mma}, \qquad (1.47)$$

приводится аппроксимация функции (1.46) с точностью 5% в виде:

$$u/d = 3,00 - 4,71\sqrt{p/HB}$$
 . (1.48)

Условия (1.47) не совпадают с условиями производства г/к полос:

 $0 \le q \le 50 \text{ MIa}$, $25 \text{ MIa} \le HB \le 1500 \text{ MIa}$. (1.49)

Поэтому аппроксимация (1.48) для применения в условиях (1.49) требует расширения на больший диапазон значений.

Модель НДС рулона горячекатаной стали должна в обязательном порядке включать в себя учет образования межвитковых зазоров. Это

обусловлено тем, что образование зазоров приводит к значительному изменению НДС рулонов при смотке. Согласно экспериментальным данным, представленным в работах Г.В. Ашихмина [110-111], даже в условиях смотки образуются холоднокатаных полос межвитковые зазоры. Глубина проникновения зазоров может доходить до 30% от ширины полосы, а рост 3,5 раза. Существование напряжений может составить В рулоне горячекатаной полосы глубоких межвитковых зазоров подтверждается наличием окисленных кромок на нетравленых горячекатаных полосах.

Проблема учета образования межвитковых зазоров в модели НДС решается путем составления системы уравнений равновесия витков в рулоне не на основе равенства перемещений, а на основе равенства напряжений, с условием отсутствия контакта, когда напряжения уменьшаются до 0. Например, для модели НДС составных труб, изготовленных с натягом, модель построена именно на основе равенства радиальных напряжений [112]. Основой для модели на основе составных труб является уравнение Ляме для полых цилиндров (Приложение Б). При использовании модели [112] для расчета НДС рулона необходимо решить следующие задачи: обобщить модель на случай более трех цилиндров; учесть при моделировании изменение радиуса на величину натяга, что весьма значимо для смотки тонких полос; разработать алгоритм определения величины наружного и внешнего радиуса каждого отдельного витка с учетом натяга (в общем случае для витков рулона эти данные неизвестны).

1.3. ТС остывающего горячекатаного рулона

Процессы релаксации напряжений в материале протекают под воздействием температуры, а, учитывая диффузионную природу релаксации, интенсивность процесса растет экспоненциально с ростом температуры. Поэтому крайне важно для определения формоизменения полосы по механизму релаксации напряжений с достаточной точностью определить температурное поле.

Изучению охлаждения рулонов горячекатаной стали посвящены работы [113-120]. Исследование динамики температурного поля рулона при его охлаждении основано на решении нестационарного трехмерного дифференциального уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах с анизотропными нелинейными коэффициентами, представленного в виде:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda_r}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\lambda_M \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_M \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad , \tag{1.50}$$

где T – температура; с и ρ – теплоемкость и плотность материала; τ – временная координата; r, φ и z – координаты по радиусу, по углу поворота и ширине рулона; $\lambda_{\rm M}$ – коэффициент теплопроводности материала полосы; λ_r – теплопроводность в рулоне по радиальному направлению.

Теплопроводность в радиальном направлении можно рассчитать по формуле коэффициента теплопроводности многослойной стенки:

$$\lambda_r = (h_{\rm M} + h_{\rm II})/(h_{\rm M}/\lambda_{\rm M} + h_{\rm II}/\lambda_{\rm II}) \quad , \tag{1.51}$$

где $h_{\rm M}$ – толщина смотанной полосы; $h_{\rm n}$ – толщина промежуточного слоя между витками (например, окалины, сажи, воздуха и т.д.) с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{\rm n}$.

Для решения уравнения (1.50) необходимо знать первоначальное распределение температуры в рулоне и условия на границе. Начальное распределение температуры в рулоне как правило из фактических измерений на отводящем рольганге. Граничные условия определяются выражениями:

$$\mathcal{A}_{\rm M} \,\partial T / \partial n = \alpha_{\rm K} \big(T_{\rm noB} - T_{\rm cp} \big) + \varepsilon \sigma \big(T_{\rm noB}^4 - T_{\rm cp}^4 \big) \quad , \qquad (1.52)$$

где α_{κ} – коэффициент теплопередачи конвекцией; ε – степень черноты поверхности; σ – коэффициент теплопередачи излучением абсолютно черного тела; $T_{\rm nob}$ – температура поверхности рулона; $T_{\rm cp}$ – температура окружающей среды.

Задача нахождения температурного поля рулона аналогичным образом ставится в работах [121-122]. Определенную трудность составляет корректное определение теплофизических параметров λ , с, ρ , $\alpha_{\rm K}$ и ε . В работе [123] на основе литературных источников [124-131] методом регрессионного анализа получены температурные зависимости для теплоемкости, теплопроводности и плотности.

Уравнения регрессий для истинной теплоемкости имеют вид:

1)
$$c_{\alpha}, \frac{A_{\pi}}{\kappa_{\Gamma}\cdot\kappa}, \alpha$$
-фазы $c_{\alpha} = 2,709 \cdot 10^{-9}T^4 - 2,288 \cdot 10^{-6}T^3 + +8,72 \cdot 10^{-4}T^2 + 0,28T + 440,3,0 < T < 768,$ (1.53)
 $c_{\alpha} = 4,0297 \cdot 10^{-8}T^4 - 1,62494 \cdot 10^{-4}T^3 + 0,246192T^2 - 166,297T + -166,297T + -166,297T$

$$+43019,2,768 < T < 911 \quad . \tag{1.54}$$

2) с_у, Дж/(кг · К), ү-фазы

$$c_{\gamma} = 0,15426T + 468,9 . \tag{1.55}$$

Тогда удельная теплоемкость металла рассчитывается по формуле:

$$\mathbf{c} = X_{\alpha}\mathbf{c}_{\alpha} + (1 - X_{\alpha})\mathbf{c}_{\gamma} , \qquad (1.56)$$

где X_{α} - доля α -фазы в структуре металла.

Уравнения регрессий для теплопроводности λ, Вт/(м · К), имеют вид:

1) для низкоуглеродистых сталей

$$\lambda = 72,83 + 199,7[C]^2 - 132,9[C] + 4,584 \cdot 10^{-6}T^2 - 0,058T + +0,2117 [C]t - 0,264 [C]^2T - 6,616 \cdot 10^{-5}T^2[C], 0 < T < 850,(1.57)$$
$$\lambda = 51,53 + 40,85[C]^2 - 104,94[C] + 2,67 \cdot 10^{-5}T^2 - 0,05032T +$$

+0,1629[C]t - 0,041[C]²T - 6,063 · 10⁻⁵T²[C], 850 < T < 1200, (1.58)

2) для электротехнических сталей

λ = 60,27 + 2,11[Si]² - 19,33[Si] - 1,388 · 10⁻⁶T² - 0,0326T + 0,023[Si]t - 0,00139[Si]²T - 6,7 · 10⁻⁶T²[Si], 100 < T < 900, 1 < [Si] < 4, (1.59)
где Т - температура, °С; [С], [Si] - массовое содержание углерода и кремния в стали, %.

Уравнения регрессий для плотности ρ , кг/м³, имеют вид:

1) для низкоуглеродистых сталей $\rho = 7883,6 + 177[C]^2 - 128,4[C] -$

$$-5,216 \cdot 10^{-5}T^{2} - 0,308T + 0,00238[C]t, 0 < T < 750,$$
(1.60)

$$\rho = 7096,9 + 218,3[C]^{2} - 331,2[C] - 9,19 \cdot 10^{-4}T^{2} - 1,3656T + 0,236[C]t,$$
(1.61)

$$750 < T < 1100,$$
(1.61)

2) для электротехнических сталей $\rho = 7829 + 9{,}73[Si]^2 - 95{,}65[Si] -$

$$-8.7 \cdot 10^{-6} T^2 - 0.353 T - 0.0021 [Si]t, \ 100 < T < 900, \ (1.62)$$

где T - температура, °C; [C], [Si] - массовое содержание углерода и кремния в стали соответственно, %.

Степень черноты $\varepsilon = 0,8$ [122], постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Bt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ [123], коэффициент теплопередачи от стали к воздуху по механизму конвекции $\alpha_{\text{K}} = 7,9 \text{ Bt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ [131].

В работе [133] авторами показано, что средний коэффициент теплоотдачи α на внутренней поверхности (по механизму излучения и конвенции) зависит от отношения ширины полосы *b* к внутреннему диаметру $D_{\rm BH}$ и лежит в пределах от 11,1 ÷ 17,6 Вт/(м² · K) для $b/D_{\rm BH} = 1,18 \div 1,76$

нахождение Трудность составляет толщины промежуточного межвиткового слоя окалины, грязи и воздуха h_{π} и коэффициента теплопроводности в промежуточном слое λ_{Π} используемые в формуле (1.51). Данные коэффициенты определялись В рамках промышленных экспериментов по измерению температуры в процессе охлаждения рулона [113-120]. Недостатком эмпирического способа определения $h_{\rm n}$ и $\lambda_{\rm n}$ является их локальная применимость. Для определения $h_{\rm n}$ и $\lambda_{\rm n}$ в новых условиях потребуется проведение серии дорогостоящих промышленных экспериментов. В работе [85] приводится теоретическая формула для определения коэффициента теплопроводности в радиальном направлении:

 $\lambda_r = (1 - a/100) [\lambda_{\rm B}/(1 - \eta) + \alpha h/\eta] + \alpha \lambda_{\rm M}/100 \quad , \qquad (1.62)$

где *a* – степень контакта, % (*a* = 3% для рулона при плотности смотки η = 0,9 – 0,98); α – коэффициент теплоотдачи излучением через газовые прослойки, $\alpha_{\rm cp}$ = 96 BT/(M² · K); $\lambda_{\rm M}$ – теплопроводность металла; $\lambda_{\rm B}$ –

теплопроводность воздуха в прослойке, $\lambda_{\rm B} = 4.8 \cdot 10^{-3} \, {\rm Bt}/({\rm M} \cdot {\rm K}); h$ – толщина полосы, мм.

Величину плотности смотки предполагается определять из сопоставления теоретического и фактического диаметров рулона. Такой способ определения плотности смотки не учитывает ее изменение по ширине, что также вносит дополнительную погрешность.

Для проверки адекватности разработанной температурной модели возможно использовать экспериментальные данные работ [85, 120, 122].

1.4. Изменение НДС рулона в процессе охлаждения

Сформированное при смотке полосы НДС рулона в процессе охлаждения будет претерпевать изменение из-за уменьшения геометрических размеров. Воздействие охлаждения на НДС рулона может быть значительно из-за неравномерности изменения температуры по объему.

В работах В.Л. Мазура [85, 134-137] рассматривается изменение НДС рулона г/к стали в процессе охлаждения. Целью этих исследований являются условия потери устойчивости внутренней образующей рулона цилиндрической формы. Для этой задачи подходит упрощенная модель, в которой температура по ширине полосы усреднялась:

$$\bar{T}(r) = 2/b \int_0^{b/2} T(r, z) dz , \qquad (1.63)$$

где $\overline{T}(r)$ – температура, усредненная по координате *r*; *b* – ширина полосы.

По известному радиальному распределению усредненной температуры $\overline{T}(r)$ определяли средние по длине температурные напряжения в рулоне, используя формулы для полого цилиндра со свободными торцами:

$$\sigma_{r}^{T}(r) = \frac{\alpha_{T}E}{1-\nu} \frac{1}{r^{2}} \left(\frac{r^{2}-r_{BH}^{2}}{r_{Hap}^{2}-r_{BH}^{2}} \int_{r_{BH}}^{r_{Hap}} \bar{T}(\rho)\rho d\rho - \int_{r_{BH}}^{r} \bar{T}(\rho)\rho d\rho \right), \qquad (1.64)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T}(r) = \frac{\alpha_{T}E}{1-\nu} \frac{1}{r^{2}} \left(\frac{r^{2}+r_{\rm BH}^{2}}{r_{\rm Hap}^{2}-r_{\rm BH}^{2}} \int_{r_{\rm BH}}^{r_{\rm Hap}} \bar{T}(\rho)\rho d\rho - \int_{r_{\rm BH}}^{r} \bar{T}(\rho)\rho d\rho - \bar{T}(\rho)r^{2} \right).$$
(1.65)

Вследствие упрощенного характера модель Мазура В.Л. не может быть применена для расчета неравномерного по ширине НДС г/к рулона.

В работе [138] НДС рулона в процессе охлаждения находится методом конечных элементов. Недостатком данного способа моделирования является низкая адаптивность, что делает практически невозможным её использование при моделировании сложных процессов, составной частью которых является нестационарная теплопроводность.

Привлечем для анализа более широкий круг источников, в которых рассматривается задача термоупругости для холоднокатаных рулонов, обрабатываемых в колпаковых печах [85, 87-93]. Характерной особенностью данных работ является представление рулона сплошным полым цилиндром. Рассмотрим подробно задачу термоупругости в такой постановке.

Допустим плоское напряженное состояние $\sigma_z^T = 0$ в рулоне. С учетом симметрии задачи в цилиндрической системе координат:

$$\varepsilon_r^T = du/dr , \qquad \varepsilon_{\varphi}^T = u/r , \qquad (1.66)$$

где ε_r^T и ε_{φ}^T – деформации по координатам r и φ ; u – радиальное перемещение.

Компоненты тензора деформаций вне главной диагонали равны нулю. Из соотношений Дюамела-Неймана:

$$\sigma_r^T = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r^T + \lambda \left(\varepsilon_{\varphi}^T + \varepsilon_z^T\right) - K\omega \quad , \qquad (1.67)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\varphi}^{T} + \lambda(\varepsilon_{r}^{T} + \varepsilon_{z}^{T}) - K\omega \quad , \qquad (1.68)$$

$$0 = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_z^T + \lambda(\varepsilon_r^T + \varepsilon_{\varphi}^T) - K\omega \qquad , \qquad (1.69)$$

$$\omega = 3\alpha_T (T - T_0), \qquad (1.70)$$

$$\lambda = vE/[(1+v)(1-2v)], \quad \mu = E/(2+2v), \quad K = \lambda + 2\mu/3. \quad (1.71)$$

где ε_z^T – осевая деформация; T_0 – начальная температура; T – температура в момент, для которого необходимо определить напряжения.

Из уравнения (1.69) находим ε_z^T :

$$\varepsilon_z^T = K/(\lambda + 2\mu)\,\omega - \lambda/(\lambda + 2\mu)\left(\varepsilon_r^T + \varepsilon_\varphi^T\right) \quad . \tag{1.72}$$

Следовательно, уравнения (1.67) и (1.68) принимают вид:

$$\sigma_r^T = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_r^T + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^T - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega \qquad , \qquad (1.73)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^{T} + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{r}^{T} - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega \qquad (1.74)$$

Или с учетом (1.71):

$$\sigma_r^T = E/(1-\nu^2) \left(\varepsilon_r^T + \nu \varepsilon_{\varphi}^T\right) - E/(3-3\nu)\,\omega \quad , \tag{1.75}$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = E/(1-v^{2})\left(\varepsilon_{\varphi}^{T} + v\varepsilon_{r}^{T}\right) - E/(3-3v)\omega \quad . \tag{1.76}$$

С учетом симметрии задачи уравнение равновесия останется одно:

$$d\sigma_r^T/dr + \left(\sigma_r^T - \sigma_{\varphi}^T\right)/r = 0 \quad . \tag{1.77}$$

Используя (1.66), представим (1.77) в виде:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+v}{3}\frac{d\omega}{dr}.$$
 (1.78)

Интегрируя (1.78) получаем уравнение:

$$u = \frac{1+v}{3r} \int_{r^{\rm B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{c_1}{2} r + \frac{c_2}{r} \qquad , \qquad (1.79)$$

где $r^{\text{в}}$ – внутренний радиус рулона; C_1 , C_2 – константы интегрирования.

В качестве граничных условий для определения констант интегрирования определяют радиальные напряжения на внутренней и внешней поверхности рулона. Для случая рулона, находящегося на складе, радиальные напряжения принимают равными 0.

$$r = r^{\mathrm{H}} : \sigma_r^T = 0; \ r = r^{\mathrm{B}} : \sigma_r^T = 0.$$
 (1.80)

Из системы уравнений (1.66), (1.75), (1.76), (1.79), (1.80) определяется НДС рулона.

При таком подходе невозможно учитывать наличие межвитковых зазоров, что для случая г/к рулонов является важным фактором.

В процессе охлаждения рулона температура изменятся в большом диапазоне температур, поэтому важно учитывать изменение коэффициентов E и α_T . В работе [51] получено уравнение зависимости E от температуры T для углеродистой стали:

$$E = 213003 - 58,54 \cdot T - 0,0373 \cdot T^2, \quad R^2 = 0,9994.$$
(1.81)

Из справочной информации [139] известна температурная зависимость коэффициента теплового расширения железа (*α_T*, 1/°C).

 0° C: 11,30 · 10⁻⁶; 100°C: 12,15 · 10⁻⁶; 200°C: 12,70 · 10⁻⁶;

 $400^{\circ}\text{C}: 13,80 \cdot 10^{-6}; \quad 600^{\circ}\text{C}: 14,50 \cdot 10^{-6}; \quad 800^{\circ}\text{C}: 14,80 \cdot 10^{-6}. \quad (1.82)$

1.5. Формоизменение полосы по механизму релаксации напряжений.

Известно, что воздействие на плоскостность явлений релаксации и ползучести используется на производстве. Например, на агрегатах электроизоляционного покрытия трансформаторной стали печные зоны выполняются с возможность выпрямляющего отжига полосы [140-141].

В работах [142-155] показано влияние на плоскостность холоднокатаной полосы термообработки в линии непрерывных агрегатов и колпаковых печей. Математические модели формоизменения плоскостности полосы, используемые в данных работах, являются эмпирическими, поэтому зона их применимость ограничена, и использовать данные наработки для исследования формоизменения горячекатаных полос при охлаждении нельзя.

Явление ползучести и релаксации было открыто в середине XIX века, несмотря на это единой теории этих явлений на настоящий момент не существует. Прежде всего, это связано с разнообразием механических свойств твёрдых тел [156-172].

Для решения практических задач часто используют модель релаксации напряжений К. Максвелла [173-178]. Изложим модель в общем виде:

$$-d\sigma/d\tau = k\sigma \quad , \tag{1.83}$$

где σ – напряжение, τ – время; k – эмпирический параметр [160].

При интегрировании уравнения (1.83) получаем:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-k\tau} \,. \tag{1.84}$$

Релаксация напряжений в чистом виде проявляется при постоянной начальной суммарной деформации. Основное условие релаксации (в упругой области) можно выразить соотношением:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_y + \varepsilon_{\pi} = const$$
 , (1.85)

где ε_0 , ε_y и ε_n – полная, упругая и пластическая деформация.

Условие (1.85) справедливо только для случая стационарной нагрузки [160]. Для случая нестационарной нагрузки, например, термическими напряжениями, условие (1.85) не соблюдается. Но при рассмотрении задачи в квазистационарной постановке можно допустить его выполнение. Для этого необходимо разбить период воздействия нагрузки на отдельные временные интервалы таким образом, чтобы в пределах отдельного интервала изменение напряжений вследствие воздействия внешних факторов можно было считать незначительным.

Ряд исследователей [161] отождествляют природу явлений релаксации и ползучести. Поэтому можно считать справедливым следующее выражение связи между приращением напряжения и деформации:

$$d\sigma/d\tau = -E \, d\varepsilon/d\tau \tag{1.86}$$

где *є* – деформация ползучести.

Явление ползучести крайне чувствительно к температуре. Эмпирическое уравнение связи между скоростью ползучести ($\xi_c = d\varepsilon/d\tau$) и температурой *T* получена в работе [179]. Параметры получены для стальной горячекатаной полосы в диапазоне температур 400 – 1200°С.

$$\xi_{\rm c} = B(T)\sigma^{n(T)} \quad , \tag{1.87}$$

$$n(T) = 0,00004T + 3,7545$$
 , (1.88)

$$B(T) = 1,332 \cdot 10^{-8} e^{0,0196T} \quad . \tag{1.89}$$

1.6. Постановка цели и задач исследования

Аналитический обзор показал, что научно-практические работы, направленные комплексное описание процесса формоизменения на горячекатаной полосы в процессе смотки и последующем медленном охлаждении рулона, практически отсутствуют в научном обороте, что пробел создает существенный В теории И практике управления плоскостностью полос на НШСГП.

Сформулируем основную цель настоящего исследования: прогнозирование плоскостности остывшей полосы для снижения потерь в цехе холодной прокатки за счет математического моделирования процессов формоизменения при смотке и охлаждении рулона.

Поставленная цель реализуется путем решения комплекса следующих задач:

1. Разработка математической модели НДС рулона при смотке с учетом комплексного влияния выпуклости профиля поперечного сечения, шероховатости, неплоскостности и температурного профиля горячекатаной полосы.

2. Разработка математических моделей НДС и ТС рулона горячекатаной полосы с учетом неравномерности плотности смотки по ширине, шероховатости, неплоскостности и температурного профиля.

3. Разработка математической модели формоизменения горячекатаной полосы в рулоне по механизму ползучести.

4. Проверка адекватности разработанных математических моделей.

5. Теоретический анализ формоизменения горячекатаной полосы в рулоне и разработка практических рекомендаций по снижению потерь в цехе холодной прокатки от неплоскостности горячекатаной полосы.

2. Моделирование НДС рулона при смотке горячекатаной полосы в рулон

2.1. Упрощенная модель НДС рулона на моталке

Модель [101] описанная в главе 1.2 имеет ряд существенных недостатков и ограничений:

1. При росте аргумента (βx) функция Инфельда быстро возрастает ($I_n(\beta x) \to \infty$), функция Макдональда быстро стремится к нулю ($K_n(\beta x) \to 0$), поэтому количество коэффициентов аппроксимации ограничено, что дает дополнительную погрешность модели из-за неточности аппроксимации.

2. При стремлении аргумента (βx) к нулю функция Макдональда стремится к бесконечности ($K_n(\beta x) \rightarrow \infty$), что не позволяет использовать решения для полых цилиндров с отношением $\ell/R < 1$.

3. Сложность решения, которая затрудняет применение данной модели в качестве подмодели в описании сложных процессов.

4. Рассматривается модель сплошного цилиндра, поэтому данная модель может учитывать неплоскостноть только для случая, когда не образуется зазор между витками. Поперечная разнотолщинность в данной модели как влияющий фактор не рассматривается.

В процессе реализации модели [101] была разработана упрощенная модель, во многом устраняющая описанные недостатки при сохранении точности расчетов. Ограничением упрощенной модели является $\tau_{rz} = 0$, что характерно для условий смотки полосы.

В упрощенной модели граничные условия задаются в напряжениях на отдельных участках в следующей форме (без разложения в ряд Фурье):

$$x = 1; \ \sigma_r(z) = -p_0(z), \qquad x = x_1; \ \sigma_r(z) = -p_1(z),$$
 (2.1)

где $p_0(z)$ – распределенное внешнее давление, $p_1(z)$ – распределенное внутреннее давление.
При этом этап определения a_0 и a'_0 становится ненужным. Решения по каждой координате по ширине полосы *z* получаются из уравнения Ляме (приложение Б). Задача Ляме для НДС полых цилиндров является базовой для исследования напряжений и перемещений при производстве труб [180-186].

Общее решение для НДС рулона формируется сложением решений для каждого витка полосы.

$$\sigma_r(r,z) = \sum_{i=1}^N \sigma_r^i(r,z), \qquad \sigma_{\varphi}(r,z) = \sigma_0(r,z) + \sum_{i=1}^N \sigma_{\varphi}^i(r,z).$$
(2.2)

Сравним описанные модели на простых примерах. Рассмотрим случай симметричной нагрузки полого цилиндра ($r_0 = 0,3$ м, $r_{\rm H} = 1$ м, $2\ell = 4$ м; $\ell/r_{\rm H} = 2$) по закону:

$$\begin{cases} x = 1; & \sigma_r = -a_k \cos(\beta\xi); & \tau_{rz} = 0 \\ x = x_1; & \sigma_r = -a'_k \cos(\beta\xi); & \tau_{rz} = 0 \end{cases}$$
(2.3)

Коэффициенты a_k и a'_k характеризуют внешнее и внутреннее давление в точке $z = \ell$. Зададимся коэффициентами $a_k = 9$ МПа, $a'_k = 3$ МПа и получим соответствующие граничные условия (рис. 2.1).



Рис.2.1 Граничные условия: 1 – давление на наружном витке; 2 – давление на внутреннем.

Сравнение решений для $\ell/r_{\rm H} = 2$ проведем в точках $z = \{0; 0, 5\ell; \ell\}$ (рис. 2.2). Расхождение решений составило не более 0,005%. Видно, что при $\ell/r_{\rm H} = 2$ кривые радиальных напряжений сливаются. При уменьшении длины цилиндра до 2м ($\ell/r_{\rm H} = 1$) погрешность возрастает до 0,011%. Дальнейшее снижение соотношения приводит к резкому росту расхождения решений в связи с погрешностью решения по модели [101].

На рис. 2.3. представлено решение для ширины рулона, равной 0,5м $(\ell/r_{\rm H} = 0,25)$; штриховым линиям соответствуют решения по модели [101], сплошным – решения по разработанной модели.



Рис. 2.2. Радиальные напряжения ($\ell/r_{\rm H}=2$) по модели [101] и упрощенной модели: $1-z=0; 2-z=0, 5\ell; 3-z=\ell$





Разработана упрощенная математическая модель НДС рулона при $\tau_{rz} = 0$; ее точность сравнима с классической моделью [101-102].

2.2. Слоистая модель НДС рулона на моталке

Слоистая модель НДС рулона, представленного набором вложенных цилиндров аналогична модели для расчета напряжений в толстостенных трубах, вложенных одна в другую с натягом [112]. Однако модель составных труб имеет существенные недостатки: модель не обобщена для случаев более трех цилиндров; модель не учитывает изменение радиуса на величину натяга, что весьма значимо для тонких слоев (витков рулона); для определения внутренних напряжений от натяга вложенных цилиндров необходимо знать величины внутреннего и внешнего радиуса каждого отдельного цилиндра, а также величину натяга, в общем случае для слоистой системы (витков рулона) эти данные неизвестны. Изложенные выше недостатки устраняются в слоистой модели.



Рис. 2.4. Расчетная схема к слоистой модели. p_i^{H} , p_i^{B} – давление на наружной и внутренней поверхностях *i*-го витка; *N* – количество витков.

Рассмотрим намотку ровной полосы толщиной h с натяжением T на барабан моталки, представленный эквивалентным цилиндром с внутренним и внешним радиусами $r_0^{\text{в}}$ и $r_0^{\text{н}}$ (рис. 2.4). Представим *i*-й виток полым толстостенным цилиндром с внутренним и внешним радиусами $r_i^{\text{в}}$ и $r_i^{\text{н}}$, которые в деформированном состоянии принимают значения r_i и r_{i+1} .

Радиальные напряжения σ_r , тангенциальные напряжения σ_{φ} и перемещения *u* в *i*-ом витке описываются уравнениями Ляме (приложение Б). После элементарных, но громоздких преобразований (приложение В) получим две системы уравнений: для перемещений в напряжениях (2.4) и напряжений в перемещениях (2.5)

$$a_{\rm H}u_i^{\rm H} = b_{\rm H}\sigma_i^{\rm H} + c_{\rm H}\sigma_i^{\rm B}, \quad a_{\rm B}u_i^{\rm B} = b_{\rm B}\sigma_i^{\rm H} + c_{\rm B}\sigma_i^{\rm B} \quad ,$$
 (2.4)

где σ_i^{H} , σ_i^{B} , u_i^{H} , u_i^{B} – радиальные напряжения на наружной и внутренней поверхностях *i*-го витка; – радиальные перемещения на наружной и внутренней поверхностях *i*-го витка; $a_{\text{H}} = a_{\text{B}} = E(1 - x_1^2)/r_i^{\text{H}}$; $b_{\text{H}} = 1 + x_1^2 + v(x_1^2 - 1)$; $b_{\text{B}} = 2x_1$; $c_{\text{H}} = -2x_1^2$; $c_{\text{B}} = -x_1[x_1^2 + 1 + v(1 - x_1^2)]$; E – модуль упругости 1-го рода; $x_1 = r_i^{\text{B}}/r_i^{\text{H}}$.

$$\sigma_{i}^{\rm H} = d_{i}^{\rm HH} u_{i}^{\rm H} + d_{i}^{\rm HB} u_{i}^{\rm B}, \quad \sigma_{i}^{\rm B} = d_{i}^{\rm BH} u_{i}^{\rm H} + d_{i}^{\rm BB} u_{i}^{\rm B} \quad , \qquad (2.5)$$

где
$$d_i^{\text{HH}} = a_{\text{H}} c_{\text{B}} / (c_{\text{B}} b_{\text{H}} - c_{\text{H}} b_{\text{B}}) = -E (R + \nu) / [r_i^{\text{H}} (\nu - 1)(\nu + 1)]$$
, (2.6)

$$d_{i}^{\rm HB} = -c_{\rm H}a_{\rm B}/(c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}) = 2Er_{i}^{\rm B}/\{[(r_{i}^{\rm H})^{2} - (r_{i}^{\rm B})^{2}](\nu - 1)(\nu + 1)\}, \quad (2.7)$$

$$d_i^{BR} = -a_{\rm H}b_{\rm B}/(c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}) = -2Er_i^{\rm R}/\{[(r_i^{\rm R})^2 - (r_i^{\rm B})^2](\nu - 1)(\nu + 1)\},(2.8)$$

$$d_i^{BR} = a_{\rm H}b_{\rm B}/(a_{\rm B}b_{\rm H} - a_{\rm H}b_{\rm B}) = E(B_{\rm H}-\nu)/[a_{\rm B}^{\rm B}(\nu - 1)(\nu + 1)]$$
(2.9)

$$d_i^{\rm BB} = a_{\rm B} b_{\rm H} / (c_{\rm B} b_{\rm H} - c_{\rm H} b_{\rm B}) = E (R - \nu) / [r_i^{\rm B} (\nu - 1)(\nu + 1)] \quad , \tag{2.9}$$

$$R = [(r_i^{\rm H})^2 + (r_i^{\rm B})^2] / [(r_i^{\rm H})^2 - (r_i^{\rm B})^2] \qquad . \tag{2.10}$$

Выразим радиальные перемещения через радиусы:

$$u_i^{\rm H} = r_{i+1} - r_i^{\rm H}, \quad u_i^{\rm B} = r_i - r_i^{\rm B}.$$
 (2.11)

Сформируем условия на границе слоев согласно схеме (рис. 2.4):

$$r_{N+1}:\sigma_N^{\rm H}=0; \quad r_i(1 \le i \le N):\sigma_i^{\rm B}=\sigma_{i-1}^{\rm H}; \quad r_0:\sigma_0^{\rm B}=0.$$
 (2.12)

Подставим (2.5) и (2.11) в (2.12) и получим трехдиагональную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} r_{N+1}: d_N^{\rm HH} r_{N+1} + d_N^{\rm HB} r_N = d_N^{\rm HH} r_N^{\rm H} + d_N^{\rm HB} r_N^{\rm B} \\ r_i (1 \le i \le N): d_i^{\rm BH} r_{i+1} + (d_i^{\rm BB} - d_{i-1}^{\rm HH}) r_i - d_{i-1}^{\rm HB} r_{i-1} = \\ = d_i^{\rm BH} r_i^{\rm H} + d_i^{\rm BB} r_i^{\rm B} - d_{i-1}^{\rm HH} r_{i-1}^{\rm H} - d_{i-1}^{\rm HB} r_{i-1}^{\rm B} \\ r_0: d_0^{\rm BH} r_1 + d_0^{\rm BB} r_0 = d_0^{\rm BH} r_0^{\rm H} + d_0^{\rm BB} r_0^{\rm B} \end{cases}$$
(2.13)

После элементарных преобразований получим:

$$\begin{cases} r_{N+1}: d_N'^{\rm HH} r_{N+1} + d_N'^{\rm HB} r_N = -\nu - 1; \\ r_i(1 \le i \le N): d_i'^{\rm BH} r_{i+1} + (d_i'^{\rm BB} - d_{i-1}'^{\rm HH}) r_i - d_{i-1}'^{\rm HB} r_{i-1} = 0; , \\ r_0: d_0'^{\rm BH} r_1 + d_0'^{\rm BB} r_0 = -\nu - 1. \end{cases}$$
(2.14)

где

$$d'_{i}^{\text{HH}} = -(R+\nu)/r_{i}^{\text{H}}$$
, (2.15)

$$d'_{i}^{\text{HB}} = 2r_{i}^{\text{B}} / [(r_{i}^{\text{H}})^{2} - (r_{i}^{\text{B}})^{2}] \quad , \qquad (2.16)$$

$$d'_{i}^{\rm BH} = -2r_{i}^{\rm H}/[(r_{i}^{\rm H})^{2} - (r_{i}^{\rm B})^{2}], \qquad (2.17)$$

$$d'_{i}^{\text{BB}} = (R - \nu)/r_{i}^{\text{B}}$$
 (2.18)

Система (2.14) разрешима, если известны все геометрические размеры витков – $r_i^{\rm B}$ и $r_i^{\rm H}$, однако точно известны только геометрические размеры барабана – $r_0^{\rm B}$ и $r_0^{\rm H}$. Для последовательного нахождения геометрических размеров витков разработан следующий алгоритм. При намотке первого витка с натяжением *T* в точке касания полосы барабана моталки должна действовать равная натяжению тангенциальная сила. Для того, чтобы выразить связь силы натяжения с радиальными напряжениями можно воспользоваться формулой для тонкостенных оболочек [112] или провести преобразования над уравнениями Ляме; в итоге получим формулу:

$$T = -\ell r_1^{\scriptscriptstyle B} \sigma_1^{\scriptscriptstyle B} \qquad , \qquad (2.19)$$

где ℓ – длина цилиндра.

В расчетах удобнее использовать формулу (2.19) в перемещениях:

$$T = \ell E u_1^{\rm B} / [2(r_1^{\rm B})^2 / (2r_1^{\rm B}h + h^2) + 1 + \nu] . \qquad (2.20)$$

Учитывая взаимосвязь параметров $\sigma_1^{\text{в}}$ и $r_1^{\text{в}}$ из-за упругого сжатия барабана моталки, находить параметр $r_1^{\text{в}}$ удобно итерационным методом, варьируя его до совпадения фактического натяжения *T* с рассчитанным по формуле (2.20) с заданной точностью.

После нахождения внутреннего радиуса первого витка $r_1^{\text{в}}$ в систему (2.14) добавляется следующий виток, и находятся его геометрические

41

размеры. Таким образом, последовательно можно полностью определить геометрические размеры $r_i^{\text{в}}$ и $r_i^{\text{н}}$ всех витков и, как следствие, определить НДС для всего рулона. Решение для рулона, снятого с моталки можно получить, исключив из системы (2.14) барабан моталки.

Сравним предложенную модель расчета НДС рулона при представлении рулона набором ровных толстостенных полых цилиндров с моделью представляющую рулон сплошным полым цилиндром [101].

В модели сплошных полых цилиндров внешний виток, представляется эквивалентной радиальной силой, рассчитанной по формуле Лапласа для тонкостенных оболочек [112] и реакцией барабана моталки на данную силу [101]. Часть рулона, зажатая между барабаном моталки и внешним витком, представляется сплошным полым цилиндром. НДС рулона в целом находится сложением радиальных и тангенциальных напряжений, полученных для каждого отдельного полого цилиндра. Сравнение моделей между собой возможно ввиду одинакового характера нагружения, т.к. формула (2.19) является одной из форм уравнения Лапласа для тонкостенных оболочек (приложение В).

Зададим следующие параметры модели: удельное натяжение: $T/\ell h =$ 15 МПа; толщина: h = 2,5 мм; ширина полосы: $\ell = 1,25$ м; геометрические размеры барабана моталки: $r_0^B = 0,24$ м и $r_0^H = 0,3$ м; упругие свойства *E* и *v* для стали. Результаты моделирования тангенциальных напряжений для 10 витков представлены на рис. 2.5. Результаты для 250 витков представлены на рис. 2.6 и 2.7. Разрыв тангенциальных напряжений на границах витков (рис. 2.5) связан с тем, что каждая пара витков наматывается с натягом, который вызывает тангенциальные напряжения разного знака: на внутреннем витке – сжимающие, на наружном – растягивающие.

В модели для набора ровных толстостенных полых цилиндров, как и модели сплошного цилиндра, барабан моталки представляется эквивалентным полым цилиндром, что значительно упрощает расчеты. Разница заключается в том, что в модели сплошного полого цилиндра

42

внешний виток и барабан моталки представляются эквивалентными силами, что не позволяет учитывать упругое изменение размера, что в свою очередь, вносит дополнительную погрешность.



Рис. 2.5. Разрыв тангенциальных напряжений в местах соприкосновения витков







Рис. 2.7. Сравнение решений для радиальных напряжений в рулоне, снятом с барабана моталки

2-модель набора толстостенных цилиндров.

Между моделями наблюдается высокая сходимость для тангенциальных напряжений не более 1 Мпа (2,8%), а для радиальных напряжений не более 0,25 Мпа (4,1%). Высокая сходимость результатов

доказывает, что при допущении плотной смотки (отсутствие зазоров между витками), поведение рулона мало отличается от толстостенного полого цилиндра.

Значимое расхождение между моделями возможно в случае нарушения сплошности рулона. Например, в случае наличия на полосе поперечной разнотолщинности или неплоскостности полосы. Так же, расхождение возможно из-за изменения упругих свойств рулона в целом из-за наличия на полосе шероховатости.

Проведем анализ НДС рулона в процессе смотки полосы. Для этого будем последовательно изменять число витков в рулоне от 10 шт до 500 шт. Остальные параметры модели: удельное натяжение: $T/\ell h = 30$ МПа; толщина: h = 2,5 мм; ширина полосы: $\ell = 1,2$ м; геометрические размеры барабана моталки: $r_0^{\rm B} = 0,34$ м и $r_0^{\rm H} = 0,425$ м; упругие свойства *E* и ν для стали.

По мере роста числа витков происходит рост уровня радиальных (рис.2.8) и тангенциальных (рис.2.9) напряжений в рулоне. При этом часть радиальных напряжений уравновешивает барабан моталки. Тангенциальные напряжения на внутренних витках по мере роста числа витков сначала уменьшаются до 0, а затем переходят в область сжимающих напряжений. Тангенциальные напряжения на наружных витках равны силе натяжения.













Рис. 2.10. Радиальные напряжения в рулоне, снятом с барабана моталки

Рис. 2.11. Тангенциальные напряжения в рулоне, снятом с барабана моталки



Рис. 2.12. Максимальные радиальные напряжения до и после снятия с барабана моталки



Рис. 2.13. Тангенциальные напряжения на наружном и внутреннем витках,

до и после снятия с барабана моталки

После снятия рулона С барабана моталки, неуравновешенные радиальные напряжения совершают работу сжимая витки. В следствие этого происходит падение уровня радиальных напряжений и рост уровня напряжений. Максимальные тангенциальных радиальные напряжения интенсивнее уменьшаются с ростом числа витков (рис.2.12). С увеличением числа витков величина разгрузки на наружных витках уменьшается, на внутренних практически не изменяется (рис.2.13).

При прочих равных условиях ширина полосы не оказывает воздействие на НДС состояние рулона. При условии, что количество витков выбирается из условия одинаковой массы рулона, толщина так же не оказывает влияния на НДС рулона. Данные утверждения справедливы только для смотки гладкой плоской полосы. Но толщина и ширина опосредованно влияют на НДС рулона при образовании зазоров между витками т.е. при наличии шероховатости, выпуклости или неплоскостности на полосе. Это воздействие будет рассмотрено ниже в главах, посвященных перечисленным выше факторам.

2.3. Влияние шероховатости полосы на НДС рулона

Влияние шероховатости полосы на НДС рулона, как правило, учитывают через анизотропию упругих свойств [104-107], но сложность данного подхода заключается в точности определения коэффициентов анизотропии упругих свойств и изменении этих коэффициентов по мере роста толщины рулона на барабане моталки.

Для учета влияния шероховатости рассмотрим зависимость величины сближения контактирующих шероховатых поверхностей ($\Delta\delta$) от среднего контактного давления (*q*) между ними [109] (рис. 1.4):

$$q = [0,5 - \Phi_0(u/d)]HB$$
(2.21)

где HB – твердость контактирующих поверхностей, МПа; u – расстояние между средними линиями профилей шероховатости поверхностей [101,108] (рис. 4); d – дисперсия процесса шероховатости, определяется по соотношению $d = 1,25R_a$ [101,108], R_a - шероховатость поверхности, $\Phi_0(x)$ – интеграл вероятностей для нормального распределения [109]:

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt.$$
(2.22)

Параметры *и* и *d* связаны следующим соотношением [108]:

$$u = 3d - \Delta\delta. \tag{2.23}$$

Зависимость величины твердости и предела прочности (σ_B) выражается следующим образом [108]:

$$HB = 3,12\sigma_{\rm B} , \qquad (2.24)$$

Для удобства практического применения формулы (2.21) совершим следующие преобразования:

$$\frac{q}{HB} = 0.5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt; \qquad (2.25)$$

$$\sqrt{2\pi}\frac{q}{HB} = 0.5\sqrt{2\pi} - \int_0^x e^{-t^2/2} dt; \qquad (2.26)$$

$$\sqrt{2\pi}\frac{q}{HB} = 0.5\sqrt{2\pi} - \left(\int_0^3 e^{-t^2/2}dt + \int_3^x e^{-t^2/2}dt\right).$$
(2.27)

Учитывая, что:

$$\int_0^3 e^{-t^2/2} dt \approx 0.5\sqrt{2\pi} \quad \text{M} \quad \int_3^x e^{-t^2/2} dt = -\int_x^3 e^{-t^2/2} dt , \quad (2.28)$$

получим выражение (2.21) в следующем виде:

$$\int_{x}^{3} e^{-t^{2}/2} dt = \sqrt{2\pi} \frac{q}{HB}, \qquad (2.29)$$

где

$$x = u/d = (3d - \Delta\delta)/d = 3d/d - \Delta\delta/d = 3 - \Delta\delta/d.$$
(2.30)

Формулу (2.29) можно использовать напрямую (решая интеграл численно), но это значительно увеличивает сложность и длительность расчетов. Поэтому, следуя работе [101], выполним аппроксимацию (2.29) для ряда диапазонов твердости и среднего контактного давления поверхностей для условий производства горячекатаных полос (1.49). Границы диапазонов изменения твердости взяты из оценки максимального разброса измерений в диапазоне температур от 500°C до 1200°C для углеродистых и высоколегированных марок сталей [124].

Удобнее использовать линейную аппроксимацию на отдельных участках с номером *k*:

$$\Delta\delta/d = A_k(q/HB) + B_k , \qquad (2.31)$$

$$q/HB = (\Delta\delta/d - B_k)/A_k, \qquad (2.32)$$

где A_k и B_k – коэффициенты аппроксимации, представлены в Таблице 1.

Уравнение (2.32) вытекает из (2.31). Разбиение на участки осуществлялось из условия, что погрешность на участке не более 1%.

k	Диапазо					
	q/HB		$\Delta \delta / d$		Коэффициенты	
	ОТ	до	ОТ	до	A_k	B _k
1	0	8,890335e-6	0,000	0,002	224,963	0,000000
2	8,890335e-6	4,498920e-5	0,002	0,010	221,613	0,000029
3	4,498920e-5	1,150447e-4	0,010	0,025	214,115	0,000367
4	1,150447e-4	2,389716e-4	0,025	0,050	201,731	0,001791
5	2,389716e-4	3,723830e-4	0,050	0,075	187,390	0,005219
6	3,723830e-4	5,159152e-4	0,075	0,100	174,176	0,010139
7	5,159152e-4	8,360634e-4	0,100	0,150	156,177	0,019425
8	8,360634e-4	1,205232e-3	0,150	0,200	135,439	0,036764
9	1,205232e-3	1,629865e-3	0,200	0,250	117,748	0,058085
10	1,629865e-3	2,117075e-3	0,250	0,300	102,625	0,082735
11	2,117075e-3	3,311290e-3	0,300	0,400	83,7371	0,122722

Таблица 1. Коэффициенты A_k и B_k для различных диапазонов q/HB и $\Delta\delta/d$.

	Диапазо					
k	q/HB		$\Delta \delta / d$		Коэффициенты	
	ОТ	до	ОТ	до	A_k	B _k
12	3,311290e-3	4,859767e-3	0,400	0,500	64,5795	0,186158
13	4,859767e-3	6,847637e-3	0,500	0,600	50,3051	0,255528
14	6,847637e-3	9,374212e-3	0,600	0,700	39,5793	0,328975
15	9,374212e-3	1,255354e-2	0,700	0,800	31,4531	0,405152
16	1,255354e-2	9,535799e-2	0,800	0,900	25,2463	0,483069
17	9,535799e-2	1,651452e-2	0,900	1,000	20,4678	0,561983
18	1,651452e-2	2,140023e-2	1,000	1,100	16,7604	0,641322
19	2,140023e-2	2,736666e-2	1,100	1,200	13,8623	0,720632
20	2,736666e-2	3,458042e-2	1,200	1,300	11,5805	0,799538
21	3,458042e-2	4,321556e-2	1,300	1,400	9,77151	0,877718
22	4,321556e-2	5,344939e-2	1,400	1,600	7,70494	0,988175
23	5,344939e-2	1,343161e-1	1,600	1,900	5,46354	1,166157
24	1,343161e-1	2,406137e-1	1,900	2,300	3,76302	1,394565
25	2,406137e-1	4,986501e-1	2,300	3,000	2,71279	1,647263

Запишем систему уравнений для определения радиальных напряжений на внутренней ($\sigma_i^{\rm B}$) и наружной ($\sigma_i^{\rm H}$) образующих *i*-го витка через радиальные перемещения на наружной ($u_i^{\rm H}$) и внутренней ($u_i^{\rm B}$) поверхностях -го витка:

$$\sigma_{i}^{\rm H} = d_{i}^{\rm HH} u_{i}^{\rm H} + d_{i}^{\rm HB} u_{i}^{\rm B}, \quad \sigma_{i}^{\rm B} = d_{i}^{\rm BH} u_{i}^{\rm H} + d_{i}^{\rm BB} u_{i}^{\rm B} \quad , \qquad (2.33)$$

где $d_i^{\text{HH}} = -E(R + \nu)/(Mr_i^{\text{H}})$ – коэффициент в формуле расчета радиального напряжения на наружной поверхности (σ_i^{H}) *i*-го витка перед перемещением на наружной поверхности (u_i^{H}) *i*-го витка; $d_i^{\text{HB}} = 2Er_i^{\text{B}}/M[(r_i^{\text{H}})^2 - (r_i^{\text{B}})^2]$ – коэффициент в формуле расчета радиального напряжения на наружной поверхности (σ_i^{H}) -го витка перед перемещением на внутренней поверхности (u_i^{B}) *i*-го витка; $d_i^{\text{BH}} = -2Er_i^{\text{H}}/M[(r_i^{\text{H}})^2 - (r_i^{\text{B}})^2]$ – коэффициент в формуле расчета радиального напряжения на внутренней поверхности (σ_i^{B}) *i*-го витка перед перемещением на наружной поверхности (u_i^{H}) *i*-го витка; $d_i^{\text{BB}} = E(R + \nu)/Mr_{\text{B}}^{i}$ – коэффициент в формуле расчета радиального напряжения на внутренней поверхности (σ_i^{B}) *i*-го витка перед перемещением на внутренней поверхности (u_i^{B}) *i*-го витка; $M = (\nu - 1)(\nu + 1)$; $R = [(r_i^{\text{H}})^2 + (r_i^{\text{B}})^2]/[(r_i^{\text{H}})^2 - (r_i^{\text{B}})^2]$; r_i^{H} , r_i^{B} – наружный и внутренний радиусы *i*-го витка без нагрузки. Выражение для определения перемещений на наружной и внутренней образующих (u_i^{H} и u_i^{B}) *i*-го витка с учетом шероховатости примет вид:

$$u_i^{\rm H} = (r_{i+1} - u_i) - r_i^{\rm H}, \quad u_i^{\rm B} = r_i - r_i^{\rm B} , \qquad (2.34)$$

где r_i – внутренний радиус *i*-го витка в деформированном состоянии, для *N*го витка наружный радиус; *N* – количество витков; u_i - отклонение плоскости контакта от средней линии профиля между *i*-м и (*i*+1)-м витком (расстояние между соседними витками возникающее в следствии контакта шероховатых поверхностей витков, формула (2.23), для витка *N* $u_i = 0$.

Приравнивая напряжения на наружной поверхности *i*-го витка и внутренней поверхности (*i*+1)-го витка, и подставляя в систему уравнений (2.33) уравнения (2.34) получим систему уравнений для нахождения геометрических размеров витков в деформированном состоянии:

$$\begin{cases} d'_{N}^{\rm HH}r_{N+1} + d'_{N}^{\rm HB}r_{N} = -(\nu+1); \\ d'_{i}^{\rm BH}r_{i+1} + (d'_{i}^{\rm BB} - d'_{i-1}^{\rm HH})r_{i} - d'_{i-1}^{\rm HB}r_{i-1} = d'_{i}^{\rm BH}u_{i} - d'_{i-1}^{\rm HH}u_{i-1}, \\ d'_{0}^{\rm BH}r_{1} + d'_{0}^{\rm BB}r_{0} = d'_{0}^{\rm BH}u_{0} - (\nu+1). \end{cases}$$

$$(2.35)$$

где

$$d'_{i}^{\rm HH} = -(R+\nu)/r_{\rm H}^{i} \quad , \qquad (2.36)$$

$$d'_{i}^{\rm HB} = 2r_{\rm B}^{i} / \left[\left(r_{\rm H}^{i} \right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i} \right)^{2} \right] \quad , \qquad (2.37)$$

$$d'_{i}^{BH} = -2r_{H}^{i} / \left[\left(r_{H}^{i} \right)^{2} - \left(r_{B}^{i} \right)^{2} \right] , \qquad (2.38)$$

$$d'_{i}^{\text{BB}} = (R - \nu) / r_{\text{B}}^{i}.$$
 (2.39)

Система (2.35) является неразрешимой, т.к. в ней N + 2 уравнений и 2N + 3 неизвестных (u_i - отклонение плоскости контакта от средней линии профиля между *i*-м и (*i*+1)-м витком, r_i – внутренний радиус -го витка в деформированном состоянии). Для того, чтобы система уравнений стала разрешима, ее необходимо расширить уравнениями связи (2.23). Из-за того, что взаимосвязь величин u_i и σ_i (радиальным напряжением между *i*-м и (*i*+1)-м витком) не является линейной, решение расширенной системы (2.35) осуществляется методом последовательных приближений по следующему алгоритму:

1. Находим расстояние между соседними витками (u_i) по формуле (2.23) при нулевом давлении между ними (q = 0).

2. Решаем систему уравнений (2.35) при фиксированных расстояниях между витками (*u_i*).

3. Сравниваем полученные радиальные напряжения (σ_i) с контактным давлением (q) рассчитанным по формуле (2.32), в случае совпадения с заданной точностью, выходим из цикла. В случае расхождения изменяем u_i на величину заданного шага в сторону уменьшения расхождения между q и σ_r^i и возвращаемся на второй шаг.

Геометрические размеры $(r_i^{\rm H}$ и $r_i^{\rm B})$ витков без нагрузки заранее неизвестны, поэтому находятся методом последовательных приближений. Задаем произвольный размер $(r_1^{\rm H}$ и $r_1^{\rm B})$ первого витка и варьируем его до совпадения заданной величины натяжения (T) с силой натяжения $(T_{\rm ch})$:

$$T_{\rm CH} = lE u_1^{\rm B} / [2(r_1^{\rm B})^2 / (2r_1^{\rm B}h + h^2) + 1 + \nu], \qquad (2.40)$$

где *h* – толщина полосы; $u_1^{\text{в}}$ – перемещение на внутренней поверхности первого витка, рассчитанное по формуле (2.34) после решения системы уравнений (2.35).

После нахождения размера $(r_1^{\rm H}$ и $r_1^{\rm B})$ первого витка в систему добавляется следующий виток и находится его геометрические размеры. Расчет последовательно повторяется для каждого витка в рулоне. Найдя геометрические размеры всех витков, возможно однозначно определить НДС рулона в целом.

Выполним расчет по предложенной слоистой модели НДС рулона после смотки для различных величин шероховатости ($R_a = 0$ мкм; $R_a = 0,5$ мкм; $R_a = 1,0$ мкм; $R_a = 2,0$ мкм) при следующих параметрах: удельное натяжение T/lh = 15 МПа; толщина h = 2,5 мм; ширина полосы l = 1,25 м; геометрические размеры барабана моталки $r_0^B = 0,24$ м и $r_0^H = 0,3$ м; число витков – 250; упругие свойства E и ν для стали. Результаты представлены на рис. 2.14а и 2.14б.



Рис. 2.14. Радиальные и тангенциальные напряжения в рулоне при различной величине шероховатости

Из графиков на рис. 2.14а и 2.14б видно, что влияние шероховатости носит сильно выраженный нелинейный характер: изменяется не только величина напряжений, но и форма кривой, характеризующей тангенциальные и радиальные напряжения в смотанном рулоне.

При росте шероховатости наблюдается уменьшение общего уровня радиальных напряжений. Шероховатость полосы выполняет амортизирующую роль, потому что абсолютная деформация зоны контакта двух шероховатых поверхностей соизмерима с радиальными перемещениями витков. Данный вывод, полученный в рамках теоретической модели расчета НДС рулона, подтверждает результаты работы [108], в которой показано, что рост шероховатости полосы уменьшает вероятность сваривания витков при отжиге рулона в колпаковых печах.

Тангенциальные напряжения являются самоуравновешенными по толщине рулона: на внутренней поверхности сжимающие, на внешней растягивающие. Растягивающие напряжения на внешних витках вызваны натяжением при намотке полосы в рулон. Внутренние витки не дают уменьшиться напряжениям до нуля после снятия рулона с барабана моталки, ограничивая перемещения внешних витков. Вследствие этого, внешние витки давят на внутренние витки, в которых возникают сжимающие радиальные напряжения. Данный вывод находит подтверждение в работе [112], где показано распределение тангенциальных напряжений в составных трубах, изготовленных с натягом.

При увеличении шероховатости полосы, сжимающие напряжения на внутренних витках значительно уменьшаются (с 35 МПа при $R_a = 0$ мкм до 18 МПа при $R_a = 2,0$ мкм). Так же растягивающие напряжения при большей шероховатости начинают быстрее убывать по мере движения от внешних витков к центру рулона, что приводит к уменьшению зоны растягивающих напряжений на внешних витках: с 0,4 м при $R_a = 0$ мкм (примерно 70% толщины рулона), до 0,27 м при $R_a = 2,0$ мкм (примерно 45% толщины рулона). Данный эффект является следствием амортизирующего влияния шероховатости.

Шероховатость воздействует на НДС рулона в связке с толщиной полосы. При одинаковой массе рулона без шероховатости толщина не оказывает воздействия на НДС рулона, но толщина оказывает воздействие на НДС рулона через шероховатость. Рассмотрим воздействие толщины при шероховатости Ra = 1,5 мкм, ширине 1,2 м, натяжении 30 МПа и массе рулона 30т. Результаты представлены на рис.2.15 и 2.16.



Рис. 2.16. Тангенциальные напряжения в рулоне в от толщины шероховатой полосы

С уменьшением толщины растет влияние шероховатости полосы на НДС рулона. Это связано с увеличением числа витков при уменьшении толщины и как следствие ростом доли шероховатости в толщине рулона. При толщине 1,5 мм число витков равно 446 штук, шероховатость составляет 0,0998% толщины рулона, а при толщине 9,0 мм число витков равно 75 штук, шероховатость составляет 0,0164% толщины рулона (16,4% от доли при толщине 1,5 мм).

Влияние толщины пропадает, если рост числа витков будет скомпенсировано уменьшением шероховатости (рис.2.17). Т.е. влияние толщины пропадает, если доля шероховатости полосы остается одинаковой. Это свидетельствует о несамостоятельном характере влияния толщины полосы на НДС рулона. Небольшое различие напряжений связано с использованием в модели целого числа витков.



Рис. 2.17. Визуализация компенсации влияния толщины изменением величины шероховатости полосы.

2.4. Слоистая модель НДС рулона с учетом поперечной разнотолщинности полосы.

С целью включения в слоистую модель НДС в процессе смотки фактора поперечной разнотолщинности рассмотрим намотку полосы толщиной h(z, x), где z – координата по ширине полосы, x – координата по длине; смотка производится с натяжением Т на барабан моталки, представленный эквивалентным цилиндром. При пересчете декартовых координат (z, x) полосы в цилиндрические координаты (r - paguaльная)координата, φ – угловая координата) допустим, что толщина продольного сечения полосы, координата по ширине которого - z, в пределах одного витка постоянна: $h_i(z) = const$, где *i* – номер витка. При длине полосы более одного километра и максимальной длине витка в пределах 3 - 6 метров 1% общей (менее ОТ длинны полосы), допущение равномерного распределения толщины по φ в пределах одного витка вполне соответствует и частоте измерений толщины, и требуемой точности к дискретизации.

Величину $h_i(z)$ удобно представить в следующем виде:

$$h_i(z) = h_i + \Delta h_i(z) \quad , \tag{2.41}$$

где h_i – минимальная толщина в пределах *i*-го витка; $\Delta h_i(z)$ – приращение толщины сечения полосы с координатой *z* (поперечная разнотолщинность).

Для удобства разобьем рулон на отдельные участки по ширине. В пределах каждого участка толщина остается неизменной. Тогда формула (2.41) примет вид:

$$h_{ij} = h_i + \Delta h_{ij} \quad , \tag{2.42}$$

где j – номер участка по ширине полосы; Δh_{ij} – приращение толщины полосы для *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине.





а – намотка *i*-го витка без разнотолщинности; б – намотка полосы с разнотолщинностью без натяжения T = 0; в – неплотная намотка полосы с разнотолщинностью с натяжением

 $T < T_{\rm nc};$ г – плотная намотка полосы с разнотолщинностью с натяжением $T \ge T_{\rm nc}$

Расчетная схема намотки плоской полосы представлена на рис. 2.18а. Намотка полосы с поперечной разнотолщинностью без натяжения (T = 0) схематично представлена на рис. 2.18б. Из схемы видно, что между витками образуется зазор $\Delta r_i^{3300}(z)$. При росте натяжения расстояние между соседними витками уменьшается (рис. 2.18в), и при достижении натяжением определенной величины $T = T_{\rm nc}$ смотка становится плотной (рис. 2.18г).

На рис. 2.18 приняты следующие обозначения: r_0 – внутренний радиус барабана моталки в деформированном состоянии; h_i – толщина *i*-го витка; r_i – внутренний радиус *i*-го витка в деформированном состоянии; ℓ – ширина полосы; $r_i^{\text{в}}$ – внутренний радиус *i*-го витка на участке ширины с минимальной толщиной полосы; $r_{i-1}^{\text{н}}$ – наружный радиус (*i*-1)-го витка на участке ширины с минимальной толщиной полосы; $\Delta r_i^{\text{зазор}}(z)$ – расстояние между *i*-ым и (*i*-1)-ым витками; $\Delta r_{i-1}(z)$ – приращение внешнего радиуса (*i*-1)-го витка из-за поперечной разнотолщинности полосы; $\ell_{\text{пс}}$ – участок плотной смотки; $r_i(z)$ – внутренний радиус *i*-го витка в деформированном состоянии на участке плотной смотки; $T_{\text{пс}}$ - натяжение плотной смотки.

Величина приращения внешнего радиуса (*i*-1)-го витка за счет поперечной разнотолщинности связана не только с поперечной разнотолщинностью (*i*-1)-го витка, но и с поперечной разнотолщинностью всех предыдущих витков, намотанных на барабан моталки.

Величины $\Delta r_i^{3a3op}(z)$, $\Delta r_{i-1}(z)$, $r_i(z)$, меняющиеся по ширине аналогично толщине полосы в формуле (2.42), для удобства представляются средней величиной на *j*-ом участке по ширине полосы – Δr_{ij}^{3a3op} , $\Delta r_{(i-1)(j)}$, r_{ij} .

Из схемы (рис. 2.18б) получим формулу связи между внутренним радиусом витка на *j*-ом участке полосы r_{ij}^{B} с внутренним радиусом на участке ширины с минимальной толщиной полосы r_{i}^{B} через разнотолщинность при отсутствии натяжения:

$$r_{ij}^{\rm B} = r_i^{\rm B} - \Delta h_{ij}/2 \,. \tag{2.43}$$

Согласно упрощенной модели решения для отдельных участков по ширине цилиндра через уравнение Ляме сходятся с решениями для цилиндра в целом, что позволяет распространить данный принцип так же на слоистую модель, т.к. поведение каждого витка описывается уравнением Ляме. Формула расчета силы натяжения *T*_{сн} для случая смотки полосы с поперечной разнотолщинностью запишется как сумма отдельных сил на каждом *j*-ом участке по ширине полосы:

 $T_{ch} = -\sum_{j=1}^{M} \ell_j r_{ij}^{B} \sigma_{ij}^{B} = -\sum_{j=1}^{M} \ell_j E u_{ij}^{B} / [2(r_{ij}^{B})^2 / (2r_{ij}^{B}h_{ij} + h_{ij}^2) + 1 + v], (2.44)$ где ℓ_j – ширина *j*-го участка по ширине полосы; r_{ij}^{B} – внутренний радиус *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы без нагрузки; σ_{ij}^{B} – радиальное напряжение (межвитковое давление) на внутренним радиусе *i*-го витка на *j*ом участке по ширине полосы; u_{ij}^{B} – перемещение внутреннего радиуса *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы; M – количество участков по ширине полосы; E – модуль упругости; v – коэффициент Пуассона.

Радиальные перемещения на наружной (u_{ij}^{H}) и внутренней (u_{ij}^{B}) поверхностях *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы выразим через радиусы:

$$u_{ij}^{\rm H} = r_{(i+1)(j)} - r_{ij}^{\rm H}, \quad u_{ij}^{\rm B} = r_{ij} - r_{ij}^{\rm B} \quad , \tag{2.45}$$

где $r_{ij}^{\text{в}}$, $r_{ij}^{\text{н}}$ – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы без нагрузки; r_{ij} , $r_{(i+1)(j)}$ – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы в деформированном под натяжением состоянии.

Радиальные напряжения на наружной (σ_{ij}^{H}) и внутренней (σ_{ij}^{B}) поверхностях *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы выразим через радиальные перемещения:

$$\sigma_{ij}^{\rm H} = d_{ij}^{\rm HH} u_{ij}^{\rm H} + d_{ij}^{\rm HB} u_{ij}^{\rm B}, \quad \sigma_{ij}^{\rm B} = d_{ij}^{\rm BH} u_{ij}^{\rm H} + d_{ij}^{\rm BB} u_{ij}^{\rm B} \quad , \tag{2.46}$$

где

$$d_{ij}^{\rm HH} = -E(R+\nu)/[r_{ij}^{\rm H}(\nu-1)(\nu+1)] \quad , \tag{2.47}$$

$$d_{ij}^{\rm HB} = 2Er_{ij}^{\rm B} / \left\{ \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 - \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] (\nu - 1)(\nu + 1) \right\} , \qquad (2.48)$$

$$d_{ij}^{\rm BH} = -2Er_{ij}^{\rm H} / \left\{ \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 - \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] (\nu - 1)(\nu + 1) \right\} , \qquad (2.49)$$

$$d_{ij}^{\rm BB} = E(R-\nu) / \left[r_{ij}^{\rm B}(\nu-1)(\nu+1) \right] , \qquad (2.50)$$

$$R = \left[\left(r_{ij}^{H} \right)^{2} + \left(r_{ij}^{B} \right)^{2} \right] / \left[\left(r_{ij}^{H} \right)^{2} - \left(r_{ij}^{B} \right)^{2} \right]$$
(2.51)

60

Приравнивая радиальные напряжения на внутренней поверхности *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы σ_{ij}^{B} к радиальным напряжениям на наружной поверхности (*i*-1)-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы $\sigma_{(i-1)(j)}^{H}$, а напряжения на внутренней поверхности барабана и внешней поверхности внешнего витка приравнивая нулю, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} d'_{nj}^{\rm HH} r_{(n+1)j} + d'_{nj}^{\rm HB} r_{nj} = -\{\nu+1\}; \\ d'_{ij}^{\rm BH} r_{(i+1)(j)} + (d'_{ij}^{\rm BB} - d'_{(i-1)(j)}^{\rm HH}) r_{ij} - d'_{(i-1)(j)}^{\rm HB} r_{i-1,j} = 0 \\ d'_{0j}^{\rm BH} r_{1j} + d'_{0j}^{\rm BB} r_{0j} = -\{\nu+1\}. \end{cases}$$

$$(2.52)$$

где

$$d'_{ij}^{\rm HH} = -\left\{ \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 + \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] / \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 - \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] + \nu \right\} / r_{ij}^{\rm H} , \qquad (2.53)$$

$$d'_{ij}^{\rm HB} = 2 r_{ij}^{\rm B} / \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 - \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] , \qquad (2.54)$$

$$d'_{ij}^{\rm BH} = -2r_{ij}^{\rm H} / \left[\left(r_{ij}^{\rm H} \right)^2 - \left(r_{ij}^{\rm B} \right)^2 \right] \qquad , \qquad (2.55)$$

$$d_{ij}^{\prime BB} = \left\{ \left[\left(r_{ij}^{H} \right)^{2} + \left(r_{ij}^{B} \right)^{2} \right] / \left[\left(r_{ij}^{H} \right)^{2} - \left(r_{ij}^{B} \right)^{2} \right] - \nu \right\} / r_{ij}^{B}.$$
(2.56)

Сложность представляет нахождение геометрических размеров *i*-го витка $r_{ij}^{\text{в}}$ и $r_{ij}^{\text{н}}$ из-за того, что сила натяжения $T_{\text{сн}}$ распределяется неравномерно по ширине полосы вследствие наличия поперечной разнотолщинности.

Для определения размеров витков разработан следующий алгоритм:

1. Зная размеры барабана моталки и уже намотанных витков, выбираем произвольным образом внутренний радиус *i*-го витка – r_i^{B} и по формуле (2.43) определяем внутренний радиус на частках по ширине полосы – r_{ij}^{B} .

2. Находим силу натяжения T_{ch} по формуле (2.44) через перемещения на внутренней поверхности витка, рассчитываемых как разница между внутренним радиусом *i*-го витка – r_{ij}^{B} и наружным радиусом *i*-1-го витка – $r_{(i-1)(j)}^{H}$. Изменение $r_{(i-1)(j)}^{H}$ под нагрузкой на данном шаге не учитывается.

3. В случае если сила натяжения T_{ch} отличается от натяжения T на величину больше заданной заранее погрешности, то величина $r_i^{\rm B}$ варьируется пока погрешность не станет приемлемой.

4. Решаем систему уравнений (2.52) на участках по ширине полосы.

5. Рассчитываем силу натяжения *T*_{сн} по формуле (2.44) с учетом изменения геометрических размеров под нагрузкой, полученных в п.4.

6. В случае расхождения T_{ch} и T больше величины заданной погрешности, изменяем величину $r_i^{\text{в}}$ и переходим на п.4. В случае если расхождение меньше заданной погрешности, добавляем в систему следующий виток и повторяем расчет с п.1.

Таким образом последовательно определяем геометрические размеры всех витков. Зная точные геометрические размеры каждого витка в рулоне, находим радиальные напряжения между витками (межвитковое давление), решая систему (2.52) и подставляя результаты в (2.46). Зная межвитковое давление, по уравнениям Ляме находим НДС отдельного витка, и как следствие, рулона в целом.

Зададим следующие параметры модели, характерные для условия смотки горячекатаной полосы: удельное натяжение: T/S = 30 МПа; S - площадь поперечного сечения полосы; профиль наматываемой полосы параболический с выпуклостью +30 мкм (рис. 2.19); минимальная толщина: h = 2,5 мм; геометрические размеры барабана моталки: внутренний радиус – 0,34 м и наружный радиус – 0,425 м; число витков – 244; ширина полосы: $\ell = 1,25$ м; упругие свойства *E* и ν для стали.



Рис. 2.19. Фактический и идеализированный профили полосы.



Рис. 2.20. Напряженное состояние в рулоне, снятом с барабана моталки.

Результаты расчета НДС рулона представлены на рис. 2.20. Такое распределение радиальных и тангенциальных напряжений по ширине и радиусу рулона является типовым для полос с поперечной разнотолщинностью и описывается несколькими характерными кривыми: распределением напряжений по радиусу рулона в точке максимальной разнотолщинности (в данном случае в сечении z = 0), где напряжения максимальны; распределением тангенциальных напряжений на наружном и

внутреннем витках, по которым можно определить зону плотного прижатия витков в рулоне.

По краям полосы наблюдается зона нулевых напряжений, что свидетельствует об отсутствии контакта между витками. Это обусловлено прежде всего воздействием разнотолщинности (утолщения в середине полосы) на распределение силы натяжения по ширине в процессе смотки.



Рис. 2.21. Схема действия натяжения в случае смотки полосы с чечевицеобразным профилем поперечного сечения



Рис. 2.22. Схема расположения в рулоне зоны плотного прижатия витков.

На моталке формируются различные внешние радиусы рулона по ширине – $r_{(i-1)(j)}^{\text{н}}$. Даже при равномерном распределении натяжения в тянущих роликах перед моталкой, в зоне контакта полосы с рулоном возникает неравномерное распределение силы натяжения из-за разницы линейных скоростей на внешней поверхности. Так же следует отметить, что из-за сложения разнотолщинности уже намотанных витков, даже с учетом упругой радиальной деформации, на внешних витках натяжение меньше критерия плотной смотки $T < T_{nc}$ (рис. 2.18в). Схематично процесс смотки полосы с поперечной разнотолщинностью представлен на рис. 2.21. На рис. 2.20б, в точках, где радиальные напряжения равны нулю имеется зазор между витками, и смотка является неплотной. Схематично покажем расчетную зону плотной смотки на рис. 2.22.

Проведем анализ влияния величины разнотолщинности на НДС рулона. Для этого варьируем величину выпуклости профиля поперечного сечения сматываемой полосы от +0 мкм до +30 мкм (рис. 2.23) при следующих параметрах модели: удельное натяжение T/S = 30 Мпа; S - площадь сечения; минимальная толщина: h = 2,5 мм; геометрические размеры барабана моталки: внутренний радиус – 0,24 м и внешний радиус – 0,3 м; число витков – 250; ширина полосы: $\ell = 1,25$ м; упругие свойства E и ν для стали.



Рис. 2.23. Параболические профили полосы с различной величиной выпуклости

Представим результаты расчетов НДС рулона, выполенных с помощью разработанной слоистой модели для различной выпуклости поперечного профиля полосы в сечении с максимальной толщиной полосы (z = 0), где действуют максимальные радиальные напряжения (рис. 2.24), а также на внутреннем и наружном витках рулона, где действуют минимальные и максимальные тангенциальные напряжения соответственно (рис. 2.25).



Рис. 2.24. Распределение напряжений в рулоне по сечению с максимальной толщиной полосы (*z* = 0) в зависимости от величины разнотолщинности



Рис. 2.25. Распределение напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в зависимости от величины разнотолщинности

Из анализа результатов видно, что с ростом разнотолщинности происходит заначительный рост величины максимальных напряжений: при выпуклости +5 мкм – на 134%, при +10 мкм – на 196%, при +15 мкм – на 240%, при +20 мкм – на 275%, при +25 мкм – на 304%, при +30 мкм – на 330%. Это обусловлено, во-прервых, концентрацией силы натяжения при смотке в зоне максимальной толщины, и во-вторых, умешьшением зоны плотного прижатия витков в рулоне с ростом разнотолщинности, что уменьшает эффективную площадь действия силы натяжения.

На наружном витке при увеличении разнотолщинности до +30 мкм зона плотного контакта уменьшается до 34% от всей ширины полосы (рис. 2.25а), а на внешнем витке при зона плотного контакта уменьшается до 62% от всей ширины полосы (рис. 2.25б).

Из результатов так же видно, что В зоне плотной смотки разнотолщинность полосы является относительно небольшой, 3-4 мкм. Это обусловлено тем, что величина радиального перемешения внутренней и внешней поверхности витка ограничены величиной заданного удельного натяжения при намотке полосы. Из этого следует, что на НДС рулона влияет не вся поперечная разнотолщинность, а только та её часть, которая располагается в пределах уменьшения на 3-4 мкм выпуклости профиля от середины полосы.



Рис. 2.26. Профиль в зависимости от степени полиномиальной функции

Для формы профиля анализа влияния поперечного сечения НДС сматываемой полосы на рулона будем изменять степень полиномиальной функции профиля без изменения величины максимальной выпуклости полосы, как это показано на рис. 2.26. Радиальные и тангенциальные напряжения в сечении с максимальной толщиной полосы z = 0 представлены на рис. 2.27, а тангенциальные напряжения на внутреннем и наружном витках рулона представлены на рис. 2.19.



Рис. 2.27. Распределение тангенциальных напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в зависимости от формы профиля.

Из анализа рис. 2.18 видно, что форма распределения напряжений по ширине рулона повторяет форму профиля полосы (рис. 2.26). С ростом степени полиномиальной функции профиля видно увеличение зоны плотного контакта витков в рулоне (рис. 2.27). Это обусловлено, в первую очередь, тем, что вершина профиля с ростом степени полинома становится более гладкой, т.е. зона с поперечной разнотолщинностью в переделах 3-4 мкм увеличивается. Вследствие роста площади контакта происходит уменьшение максимальных напряжений в рулоне, о чем свидетельствует распределение напряжений в сечении с максимальной толщиной полосы на рис. 2.28.



Рис. 2.28. Распределение радиальных (а) и тангенциальных (б) напряжений в рулоне по сечению с максимальной толщиной полосы (*z* = 0) в зависимости от формы профиля поперечного сечения

При этом стоит отметить, что величина изменения выпуклости в зоне плотной смотки всегда колеблется в пределах 3-4 мкм для любой формы профиля и для любой величины выпуклости. Это обусловлено тем, что расчет производился при одном и том же удельном натяжении, равном 30 МПа. При варьировании удельного натяжения от 5 до 100 МПа изменяется и величина поперечной разнотолщинности в зоне плотной смотки (рис. 2.29).



Рис. 2.29. Зависимость изменения величины выпуклости в зоне плотной смотки от удельного натяжения полосы при намотке

Учитывая, что ширина зоны плотной смотки зависит не только от выпуклости, но и от действующего натяжения при намотке полосы, необходимо исследовать совместное влияние поперечной разнотолщинности и натяжения полосы на НДС рулона. Диаграмма влияния удельного натяжения и выпуклости профиля на максимальное радиальное напряжение в рулоне (межвитковое давление) представлена на рис. 2.30.

Для более детального анализа диаграммы максимальных радиальных напряжений (рис. 2.30) отобразим отдельно линии уровня для значений 10 МПа, 20 МПа и 30 МПа на рис. 2.31.

При отсутствии выпуклости профиля полосы рост максимального радиального напряжения в рулоне при росте удельного натяжения происходит по линейному закону. Но при появлении выпуклости рост межвиткового давления при росте натяжения происходит нелинейно. В зоне действия небольшого удельного натяжения происходит быстрый рост межвиткового давления. По мере увеличения удельного натяжения рост максимального радиального напряжения становится ближе к линейному. Это
связано с быстрым ростом зоны плотной смотки при небольшом натяжении и стабилизации данной зоны при значительных величинах удельного натяжения.



Рис. 2.30. Совместное влияние выпуклости профиля и натяжения полосы при намотке на



Рис. 2.31. Зависимость удельного натяжения от выпуклости поперечного профиля полосы при максимальном радиальном напряжении 10 МПа, 20 МПа и 30 МПа

На рис. 2.31 видно, что при росте выпуклости профиля падение удельного натяжения, при котором достигается определенный уровень максимального радиального напряжения, идет экспоненциально. Это свидетельствует о том, что с ростом выпуклости происходит концентрация напряжений на узком участке ширины полосы. Это в свою очередь приводит к еще большему увеличению максимальных радиальных напряжений по мере роста удельного натяжения при намотке полосы.

При условии одинаковых: удельного натяжения, параболической выпуклости полосы и числа витков изменение ширины не оказывает воздействия на НДС рулона, смотанного из полосы с поперечной разнотолщинностью.

При условии одинаковой массы рулона, изменение толщины сматываемой полосы оказывает воздействие на НДС. На рис.2.32 представлены результаты расчета при удельном натяжении 15 МПа, выпуклости полосы + 30 мкм и ширине полосы 900 мм. С уменьшением толщины происходит рост уровня напряжений. При уменьшении толщины с 9,0 мм до 1,5 мм происходит рост уровня напряжений на 95,18%.



Рис. 2.32. Тангенциальные напряжения в рулоне в зависимости от толщины полосы

Данный эффект связан с уменьшением доли выпуклости в толщине рулона при увеличении толщины полосы. При толщине 1,5 мм доля выпуклости полосы в толщине рулона составляют 1,96%; при 4,5 мм доля выпуклости составляет 0,66% и при 9,0 мм доля выпуклости составляет 0,33%. При пропорциональном изменении выпуклости с изменением толщины полосы (при одинаковой доли выпуклости полосы от толщины рулона) влияние толщины полосы на НДС рулона исключается.

2.5. Совместное влияние разнотолщинности и шероховатости полосы на НДС рулона

Слоистая модель НДС в процессе смотки с учетом шероховатости и поперечной разнотолщинности полосы является синтезом ранее разработанных моделей, поэтому представим формулы, составляющие алгоритм расчета, без вывода.

Радиальные перемещения на наружной $u_{ij}^{\text{н}}$ и внутренней $u_{ij}^{\text{в}}$ поверхностях *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы выразим через радиусы:

$$u_{ij}^{\rm H} = \left(r_{(i+1)(j)} - u_{ij}\right) - r_{ij}^{\rm H}, \quad u_{ij}^{\rm B} = r_{ij} - r_{ij}^{\rm B}, \qquad (2.57)$$

где $r_{ij}^{\text{в}}$, $r_{ij}^{\text{н}}$ – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы без нагрузки; r_{ij} , $r_{(i+1)(j)}$ – внутренний и наружный радиусы *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы в деформированном под натяжением состоянии; u_{ij} – отклонение плоскости контакта от средней линии профиля между *i*-м и (*i*+1)-м витком (расстояние между соседними витками возникающее в следствии контакта шероховатых поверхностей витков, формула (2.23) на *j*-ом участке по ширине, для наружного витка $u_{ij} = 0$.

Радиальные напряжения на наружной и внутренней поверхностях *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы выразим через радиальные перемещения:

$$\sigma_{ij}^{\rm H} = d_{ij}^{\rm HH} u_{ij}^{\rm H} + d_{ij}^{\rm HB} u_{ij}^{\rm B} , \quad \sigma_{ij}^{\rm B} = d_{ij}^{\rm BH} u_{ij}^{\rm H} + d_{ij}^{\rm BB} u_{ij}^{\rm B} , \qquad (2.58)$$

где $d_{ij}^{\text{нн}}$, $d_{ij}^{\text{нв}}$, $d_{ij}^{\text{вн}}$ и $d_{ij}^{\text{вв}}$ коэффициенты, рассчитываются по (2.47) - (2.50).

Приравнивая радиальные напряжения на внутренней поверхности *i*-го витка $\sigma_{ij}^{\text{в}}$ к радиальным напряжениям на наружной поверхности (*i*-1)-го витка $\sigma_{(i-1)(j)}^{\text{н}}$, а напряжения на внутренней поверхности барабана и внешней поверхности внешнего витка к нулю

$$\begin{cases} \sigma_{nj}^{H} = 0 \\ \sigma_{ij}^{B} = \sigma_{(i+1)(j)}^{H} \\ \sigma_{0j}^{B} = 0 \end{cases}$$
(2.59)

получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} d'_{nj}^{\rm HH} r_{(n+1)(j)} + d'_{nj}^{\rm HB} r_{nj} = -(\nu + 1); \\ d'_{ij}^{\rm BH} r_{(i+1)(j)} + (d'_{ij}^{\rm BB} - d'_{(i-1)(j)}^{\rm HH}) r_{ij} - d'_{(i-1)(j)}^{\rm HB} r_{(i-1)(j)} = \\ = d'_{ij}^{\rm BH} u_{ij} - d'_{(i-1)(j)}^{\rm HH} u_{(i-1)(j)}; \\ d'_{0j}^{\rm BH} r_{1j} + d'_{0j}^{\rm BB} r_{0j} = d'_{0j}^{\rm BH} u_{0j} - (\nu + 1). \end{cases}$$

$$(2.60)$$

где $d'_{ij}^{\text{нн}}$, $d'_{ij}^{\text{нв}}$, $d'_{ij}^{\text{вн}}$ и $d'_{ij}^{\text{вв}}$ – коэффициенты, рассчитываются по (2.53) - (2.56).

Для однозначного определения НДС рулона по уравнениям Ляме необходимо знать радиальные напряжения на границе каждого витка, которые определяются по формуле (2.60). Для этого необходимо знать перемещения наружной $u_{ij}^{\rm H}$ и внутренней $u_{ij}^{\rm B}$ поверхностей витков на различных участках ширины. Перемещения связаны с наружными и внутренними радиусами витков в деформированном состоянии (2.31) и (2.32), которые находятся решением системы уравнений (2.61). Учет шероховатости осуществляется расширением системы (2.61) уравнениями (2.59). Схема расчета НДС рулона представлен на рис. 2.33.

Для правильного определения параметров модели были произведены измерения шероховатости горячекатаной полосы. Распределение шероховатости по ширине полосы представлено на рис. 2.34.



Рис. 2.33. Схема расчета НДС рулона с учетом шероховатости и разнотолщинности



Рис. 2.34. Распределение параметра шероховатости *R_a* по ширине полосы на головном участке полосы (а) и центральном участке полосы (б)

Распределение шероховатости горячекатаной нетравленой полосы является случайным и изменяется в диапазоне от $R_a = 0,9$ мкм до $R_a = 2,3$ мкм. Для определения НДС рулона достаточно взять среднюю величину шероховатости полосы $R_a = 1,5$ мкм.

Зададим другие параметры модели, характерные для условия смотки горячекатаной полосы: удельное натяжение: T/S = 30 МПа; S - площадь поперечного сечения полосы; профиль наматываемой полосы параболический с выпуклостью +30 мкм; минимальная толщина: h = 2,5 мм; геометрические размеры барабана моталки: внутренний радиус – 0,34 м и наружный радиус – 0,425 м; число витков – 244; ширина полосы: $\ell = 1,25$ м; упругие свойства *E* и *v* для стали. Результаты представлены на рис. 2.35.

Распределение напряжений в рулоне для случая смотки шероховатой полосы с поперечной разнотолщинностью аналогично распределению напряжений для случая смотки гладкой полосы с поперечной разнотолщинностью, однако наличие шероховатости на полосе снижает общий уровень напряжений в рулоне.

Требуется объяснение увеличения зоны плотного прижатия витков при том же профиле полосы и меньшей величине напряжений. Проведем анализ перемещений в зоне плотного прижатия витков. Построим соприкасающиеся поверхности двух внутренних витков рис. 2.36.



Рис. 2.35. Напряженное состояние в рулоне, снятом с барабана моталки

На рис. 2.36а видно, что в недеформированном состоянии поверхности витков пересекаются. Это является следствием смотки полосы с натяжением. Сложение поперечной разнотолщинности всех сматываемых витков вызывает перемещение поверхности внутреннего витка в центре рулона на величину 0,5 мм. В случае смотки шероховатой полосы (рис. 2.36б) между витками в недеформированном состоянии образуется больший зазор. Если 79 зазор на отдельном участке ширины больше величины 3*d* по формуле (2.59) шероховатые поверхности между собой не взаимодействуют (витки плотно не прижаты друг к другу). Поэтому и зона плотного прижатия витков для шероховатой полосы больше. В данном случае на 25 мм.



Рис. 2.36. Перемещения соприкасающихся поверхностей внутренних витков для случая гладкой полосы (а) и для случая смотки шероховатой полосы (б)







Рис. 2.38. Влияние шероховатости на НДС рулона

Суммарное перемещение поверхности внутреннего витка для шероховатой полосы в центре рулона меньше чем для гладкой полосы и равно примерно 0,4 мм. Это является следствием того, что величина сближения контактирующих шероховатых поверхностей Δδ_{ij} во-первых

соизмерима с величиной перемещения поверхностей витков и частично их компенсирует, а во-вторых, зависит от контактного давления нелинейно. Именно меньшее перемещение поверхностей шероховатых витков является следствием меньшего уровня напряжений в смотанном рулоне.

Сравним результаты расчетов НДС рулона с учетом различных факторов. На рис. 2.37 представлены результаты расчета для четырех случаев: №1 – гладкая полоса без поперечной разнотолщинности; №2 – шероховатая полоса без поперечной разнотолщинности; №3 – гладкая полоса с поперечной разнотолщинностью (в сечении с максимальной толщиной полосы); №4 – шероховатая полоса с поперечной разнотолщинностью (в сечении с максимальной толщиной сечении с максимальной толщиной разнотолщинностью (в сечении с максимальной толщиностью (в сечении с максимальной толщиной сечении с максимальной толщиной полосы).

Из рис. 2.37 видно, что поперечная разнотолщинность полосы оказывает определяющее воздействие на НДС рулона. Максимальные напряжения для случая смотки полосы одной толщины (№1 и №2) примерно в четыре раза меньше, чем для полосы с поперечной разнотолщинностью (№3 и №4). Фактор шероховатости менее значимым. Максимальные напряжения в модели шероховатой полосы (№2 и №4) меньше чем для гладкой полосы (№1 и №3) примерно на 20%. С уменьшением выпуклости полосы растет влияние шероховатости полосы. Но в данном случае рост влияния составляет всего 4% (18% при выпуклости +30 мкм и 22% при выпуклости +0 мкм).

Рассмотрим влияние величины шероховатости полосы на НДС рулона. Для этого варьируем параметр Ra в пределах от 0 до 2 мкм. Из результатов, представленных на рис. 2.38 видно, что уменьшение напряжений с ростом шероховатости является практически линейным. Исключение составляют напряжения на крайних наружных витках рулона, где изменения напряжений с ростом шероховатости практически не происходит. Это связано с особенностью разгрузки рулона шероховатой полосы при снятии с барабана моталки.

83



Рис. 2.39. Перемещения поверхностей наружных (а) и внутренних (б) витков рулона на барабане и после снятия с моталки

Как показано выше, влияние шероховатости на НДС рулона связано с уменьшением радиальных перемещений. Проанализируем величину перемещения на внутренних и наружных витках рулона. Из рис. 2.39 видно, что внутренние витки при снятии с барабана моталки совершают большее перемещение (0,35 мм) чем наружные (0,05 мм). Это связано с тем, что под 84 действием одних и тех же напряжений шероховатый слой полосы в относительных величинах деформируется больше нежели сплошной материал сматываемой полосы. При разгрузке после снятия рулона с барабана моталки внутренний виток совершает перемещения свободно.

Для перемещения следующих витков возникает дополнительный барьер в виде больших перемещений шероховатого слоя. Величина барьера растет с каждым следующим витком, что приводит к тому, что перемещения на наружных витках при разгрузке в 7 раз меньше чем на внутренних. Это приводит к тому, что напряжения на наружных витках почти не подвержено влиянию шероховатости полосы при величине Ra > 0,5 мкм.

2.6. Влияние неплоскостности сматываемой полосы на НДС рулона

Для учета неплоскостности полосы в математической модели НДС рулона определим её в относительных деформациях $\Delta \varepsilon_{ij}$ (рис. 2.40):

$$\Delta \varepsilon_i(z) = \Delta L_i(z) / L_i = \Delta r_i^{\text{np}}(z) / r_i^{\text{c}} \quad , \qquad (2.61)$$

где L_i – длина витка; $\Delta L_i(z)$ – изменение длины витка из-за неплоскостноти полосы; r_i^c – радиус среднего сечения *i*-го витка при смотке плоской полосы; $\Delta r_i^{np}(z) = r_i^{ch}(z) - r_i^c$ – разница между радиусом среднего сечения *i*-го витка при смотке неплоской и аналогичной по толщине плоской полосы; $r_i^{ch}(z)$ – радиус среднего сечения *i*-го витка при смотке неплоской полосы.

С учетом (2.62) определим наружные и внутренние радиусы *i*-го витка: $r_i^{c} = r_i^{B} + h_i/2; r_{ij}^{cH} = r_i^{c} (1 + \Delta \varepsilon_{ij}); r_{ij}^{B} = r_{ij}^{cH} - h_{ij}/2; r_{ij}^{H} = r_{ij}^{cH} + h_{ij}/2.$ (2.62)

Схема расчета НДС рулона не отличается от схемы на рис. 2.33, за исключением того, что величины $r_{ij}^{\text{в}}$ и $r_{ij}^{\text{н}}$ рассчитываются по (2.62). Рассчитаем НДС рулона для различных вариантов неплоскостности сматываемой полосы (рис. 2.41).

Зададим другие параметры модели, характерные для условия смотки горячекатаной полосы: удельное натяжение: T/S = 30 МПа; S – площадь

поперечного сечения полосы; профиль наматываемой полосы параболический с выпуклостью +30 мкм; минимальная толщина: h = 2,5 мм; геометрические размеры барабана моталки: внутренний радиус – 0,34 м и наружный радиус – 0,425 м; число витков – 244; ширина полосы: $\ell = 1,25$ м; упругие свойства *E* и ν для стали. Результаты для сильной волнистости представлены на рис. 2.42, для сильной коробоватости на рис. 2.43.







Рис. 2.41. Варианты неплоскостности сматываемой полосы. 1 – сильная волнистость (100 IU); 2 – волнистость (50 IU); 3 – ровная полоса; 4 – коробоватость (-50 IU); 5 – сильная коробоватость (-100 IU).



Рис. 2.42. Напряженное состояние в рулоне, смотанного из сильно волнистой полосы.



Рис. 2.43. Напряженное состояние в рулоне, смотанного из сильно коробоватой полосы.

Из сравнения рис. 2.42а и рис. 2.43а видно, что абсолютная величина максимальных радиальных напряжений практически на зависит от вида неплоскостности сматываемой полосы. Максимальные радиальные напряжения для волнистой полосы (100 IU) равны -28,87 МПа, для коробоватой полосы (-100 IU) равны -29,89 МПа. Разница составляет 3,4%.

Неплоскостность оказывает воздействие на зону плотной смотки. Наблюдается увеличение для коробоватой полосы и уменьшение для

волнистой. На внутренних витках зона плотной смотки равна: для волнистой полосы 46% от всей ширины полосы, для коробоватой полосы 74% и для ровной полосы 64%. На наружных витках 42% для волнистой полосы, 46% для коробоватой полосы и 44% для ровной полосы.





Рис. 2.44. Напряженное состояние в рулоне на барабане моталки. а – сильно коробоватая полоса; б – сильно волнистая полоса

Различие величины зоны плотной смотки является следствием различия контакта барабана моталки с волнистой или коробоватой полосой.

Кромки коробоватой полосы плотно прижаты к барабану моталки (рис.2.44а), что в свою очередь приводит к уменьшению радиальных напряжений в центре рулона из-за перераспределения силы натяжения. Поэтому первые смотанные витки при одной и той же величине натяжения прижаты друг к другу плотнее. Расстояние между первым и вторым витком в зоне минимальной толщины полосы для случая сильно коробоватой полосы составляет 18 мкм, для случая сильно волнистой полосы 32 мкм. По мере накопления суммарного влияния разнотолщинности, влияние неплоскостности на распределение силы натяжения по ширине полосы снижается. Радиальные напряжения на краях внутренних витков не уравновешены внутри рулона, поэтому после снятия с барабана моталки происходит полное их снятие.



Рис. 2.45. Тангенциальные напряжения на внутреннем витке рулона 1 – 100 IU; 2 – 50 IU; 3 – 0 IU; 4 – -50 IU; 5 – -100 IU.

Разгрузка кромок рулона в совокупности с более плотным прижатием внутренних витков приводит к более высокому уровню тангенциальных напряжений на внутренней образующей после снятия рулона с барабана моталки (рис. 2.45). Максимальные тангенциальные напряжения на внутреннем витке для ровной полосы равны -202,99 МПа. Для коробоватой полосы -255,85 МПа, рост уровня напряжений составляет 26%. Для волнистой полосы -189,41 МПа, уменьшение уровня напряжений составляет 6,7%.



Рис. 2.46. Тангенциальные напряжения на наружном витке рулона 1 – 100 IU; 2 – 50 IU; 3 – 0 IU; 4 – -50 IU; 5 – -100 IU.

Большая концентрация силы натяжения для случая смотки волнистой полосы, и большая разгрузка для смотки коробоватой полосы, так же приводит к различию в уровне тангенциальных напряжений на наружных витках рулона. Наблюдается увеличение тангенциальных напряжений для случая смотки волнистой полосы. С 100,67 МПа для ровной полосы до 104,16 МПа (на 3,5%) для волнистой. И небольшое уменьшение тангенциальных напряжений для смотки коробоватой полосы. С 100,67 МПа для ровной полосы до 104,16 мПа (на 3,5%) для волнистой. И небольшое уменьшение тангенциальных напряжений для смотки коробоватой полосы. С 100,67 МПа для ровной полосы до 98,99 МПа (на 1,7%) для коробоватой полосы. Распределение напряжений представлено на рис. 2.46.

2.7. Проверка адекватности разработанной математической модели

Фактическую величину зоны плотной смотки в горячекатаном рулоне можно оценить по протяженности окисленной кромки, что в свою очередь, позволяет косвенно оценить адекватность математической модели.

Напрямую протяженность зоны плотной смотки не используется в математической модели, она определяется в процессе расчета распределения силы натяжения T_{ch} по ширине. Но при этом зона плотной смотки является величиной, которая характеризует НДС рулона в целом.

Измерение фактической протяженности зоны плотной смотки в горячекатаном рулоне осуществлялась по следующей методике:

1. Запись видео обработки горячекатаного металла в холодном состоянии с помощью камеры расположенной над поверхностью полосы.

2. Соотнесение времени на видеозаписи с тахограммой скорости обработки на агрегате и присвоение каждому кадру координаты по длине.

3. Рулон разбивался на отдельные витки и с каждым витком соотносился один кадр из видео. Выбирался первый кадр, соответствующий по координатам данному витку.

4. На отдельный кадр, соответствующий витку в рулоне накладывалась измерительная шкала (рис. 2.47). В расчете не учитывались утоненные участки по 10 мм с каждой стороны полосы, т.к. они не вписываются в параболическое распределение разнотолщинности по ширине полосы (рис. 2.10). Сводная информация по рулону в целом представлена на рис. 2.48.

На наружных и внутренних витках наблюдается сплошная зона окисления, что объясняется следующими причинами: во-первых, начальный и конечный участки полосы не охлаждаются на отводящем рольганге, что интенсифицирует окислительную реакцию, во-вторых, на внутренних и наружных витках в рулоне происходит движение витков друг относительно друга, т.е. происходит частичная разгрузка из-за того, что внешний и

92

внутренний витки находятся в свободном положении и специальным образом не закреплены, что значительно уменьшает зону плотной смотки, а в третьих намотка первых трех и последнего витков осуществляется без натяжения, что так же уменьшает зону плотной смотки.



80% Фактическая ширина зоны плотной смотки 75% 70% Ширина зоны плотной смотки, % Расчетная ширина зоны плотной смотки 65% 60% 55% 50% 45% 40% 35% 161 - 170 1 - 10 151 - 160 11 - 20 21 - 30 31 - 40 51 - 60 61 - 70 71 - 80 81 - 90 91 - 100 01 - 110 11 - 120 41 - 50 21 - 130 211 - 220 31 - 140 41 - 150 71 - 180 81 - 190 91 - 200 201 - 210 221 - 230 241 - 242 Номера витков

Рис. 2.47. Пример нахождения протяженности зоны плотной смотки витка.

Рис. 2.48. Сравнение результатов расчета с фактически измеренной шириной зоны плотного прижатия соседних витков.

На рис. 2.48 ширина расчетной зоны плотной смотки в среднем отличается примерно на 3% от измеренной. Зона плотной смотки на внутренних витках больше, чем на внешних, что наблюдается как для эмпирической кривой, так и для теоретической кривой. Это обусловлено

эффектом сложения поперечной разнотолщинности от уже намотанных витков на внутренних витках.

2.8. Выводы по данной главе

 Разработана математическая модель расчета НДС рулона, учитывающая шероховатость, поперечную разнотолщинность и неплоскостность сматываемой полосы.

2. Проверена адекватность разработанной математической модели расчета НДС рулона по косвенному параметру: ширина зоны плотной смотки. Ширина расчетной зоны плотной смотки в среднем отличается примерно на 3% от измеренной, что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели.

3. Выявлено значительное влияние выпуклости полосы на величину максимальных тангенциальных и радиальных напряжений в смотанном рулоне. При чечевицеобразном профиле +30 мкм рост напряжений составляет 330%. Это связано с уменьшением зоны плотного прижатия витков в рулоне и концентрацией силы натяжения в зоне максимальной толщины полосы.

4. Величина максимальных тангенциальных и радиальных напряжений зависит как от величины выпуклости, так и от формы профиля поперечного сечения полосы, что объясняется влиянием формы профиля на величину зоны плотной смотки. При этом выпуклость полосы в зоне плотной смотки примерно одинакова для различных величин выпуклости и формы профиля.

5. Измерена шероховатость горячекатаной полосы. Величина Ra случайным образом меняется по длине и ширине полосы. Средняя величина Ra составляет 1,5 мкм.

6. В условиях смотки горячекатаных полос шероховатость также оказывает значимое воздействие. При увеличении шероховатости полосы, сжимающие напряжения на внутренних витках значительно уменьшаются (с 35 МПа при Ra = 0 мкм до 18 МПа при Ra = 2,0 мкм, уменьшение на 57%). Так же растягивающие напряжения при росте шероховатости начинают быстрее убывать по мере движения от внешних витков к центру рулона, что приводит к уменьшению зоны растягивающих напряжений на внешних витках: с 0,4 м при Ra = 0 мкм (примерно 70% толщины рулона), до 0,27 м при Ra = 2,0 мкм (примерно 45% толщины рулона). Данный эффект является следствием амортизирующего влияния шероховатости.

7. Выявлено что при условиях смотки горячекатаных полос, поперечная разнотолщинность более значимый фактор для НДС рулона нежели шероховатость полосы.

8. Напряжения в рулоне от параметра шероховатости Ra зависят почти линейно, за исключением наружных витков, где напряжения значимо не меняются при Ra > 0,5 мкм

9. Максимальная величина радиальных напряжений практически не зависит от величины и вида неплоскостности.

10. В случае смотки коробоватой полосы в рулон: увеличивается зона плотной смотки, особенно на внутренних витках (для анализируемого случая с 64% от всей ширины полосы до 74%); увеличиваются тангенциальные напряжения на внутренних витках (для анализируемого случая рост уровня напряжений составляет 26%.); уменьшаются тангенциальные напряжения на наружных витках (для анализируемого случая на 3,5%).

11. В случае смотки волнистой полосы в рулон: уменьшается зона плотной смотки, особенно на внутренних витках (для анализируемого случая с 64% от всей ширины полосы до 46%); уменьшаются тангенциальные напряжения на внутренних витках (для анализируемого случая уменьшение уровня напряжений составляет 6,7%.); увеличиваются тангенциальные напряжения на наружных витках (для анализируемого случая на 1,7%).

12. При прочих равных параметрах ширина полосы не оказывает самостоятельного воздействия на НДС рулона при смотке. Ширина полосы в производственных условиях оказывает влияние на величины удельного

натяжения, форму поперечного профиля и число витков в рулоне и уже их изменение оказывает воздействие на НДС рулона.

13. Влияние толщины полосы на НДС рулона так же, как и ширины полосы является косвенным. Изменение толщины полосы воздействует на НДС рулона через изменение числа витков. Количество витков определяет доли шероховатости и поперечного профиля в толщине рулона. При сохранении доли шероховатости и поперечного профиля полосы в толщине рулона толщина не оказывает воздействие на НДС рулона.

3. Практическое использование модели НДС рулона

3.1. Возникновение проблемы потери устойчивости рулонами на АПП-3 ЦДС на эмали RAL 9003.

В первом полугодии 2017 года на агрегате полимерных покрытий №3 (АПП-3) ЦДС ПАО «НЛМК» произошел резкий рост случаев потери устойчивости рулонов с эмалью лицевой стороны RAL 9003. Отмечено 73 случая потери устойчивости. В 2016 году отмечено всего 13 случаев проседания. Динамика за период с 2012 г. по 2017 г. представлена на рис. 3.1. Помесячная динамика 2016 г. – 2017 г. представлена на рис. 3.2.



Рис. 3.2. Помесячная динамика потери устойчивости рулонами, обработанными на АПП-3

3.2. Виды потери устойчивости рулонов.

Потеря устойчивости рулоном в целом - проседание рулона. Данный вид потери устойчивости характеризуется тем, что внутренняя образующая приобретает форму овала. Так же, на внутренней образующей по линии контакта рулона с подставкой образуется скруглённый выступ (рис. 3.3-3.5). Непосредственной причиной проседания является движение витков друг относительно друга из-за недостаточной силы трения покоя при низком межвитковом давлении в рулоне. Именно такая потеря устойчивости наблюдалась в I полугодии 2017 года на АПП-3.



Рис. 3.3. Пример проседания рулона №1



Рис. 3.4. Пример проседания рулона №2



Рис. 3.5. Пример проседания рулона №3

Потеря устойчивости внутренней образующей рулона – дефект «птичка». Дефект «птичка» представляет собой острый выступ внутренней образующей рулона (рис. 3.6-3.9). Непосредственной причиной потери устойчивости данного вида является превышение критической величины тангенциальных напряжений на внутренних витках.



Рис. 3.6. Пример дефекта «птичка» №1



Рис. 3.7. Пример дефекта «птичка» №2



Рис. 3.8. Пример дефекта «птичка» №3



Рис. 3.9. Пример дефекта «птичка» №4

3.3. Влияние сортамента на АПП-3 в I полугодии 2017 года на потерю устойчивости рулоном.

Проведем анализ сортамента АПП-3 в I полугодии 2017 года. Сортамент рулонов, потерявших устойчивость представлен в таблице 2. Относительная доля просевших рулонов в зависимости от сортамента представлена в таблице 3. Наиболее склонен к проседанию широкий (1250 мм) и узкий (0,35мм) металл. Поэтому дальнейший детальный анализ проведен именно в данной сортаментной группе.

Ширина, мм	Толщина, мм	Количество просевших рулонов	Доля, %
1250	0,35	44	62,86%
	0,40	9	12,86%
	0,45	9	12,86%
	0,70	8	11,43%

Таблица 2. Сортамент просевших рулонов в I полугодии 2017 года.

Таблица 3. Доля просевших рулонов в сортаменте (І полугодие 2017 года).

Ширина, мм	Толщина, мм	, Количество Всего обработанных просевших рулонов рулонов		Доля, %
1250	0,35	44	546	8,06%
	0,4	9	201	4,48%
	0,45	9	2314	0,39%
	0,7	8	141	5,67%

Наблюдается в среднем на 7,8% - 41% большая масса просевших рулонов относительно устойчивых рулонов (таблица 4). Детальная информация по сравнению устойчивых и неустойчивых рулонов для сортамента 0,35 мм X 1250 мм представлена на рис. 3.10.

Ширина, мм	Толщина, мм	Средняя масса устойчивых рулонов, т	Средняя масса просевших рулонов, т	Рост массы просевших рулонов	
1250	0,35	4,50	5,55	1,05 т / 23,3%	
	0,4	5,10	7,19	2,09 т / 41,0%	
	0,45	5,15	5,55	0,40 т / 7,8%	
	0,7	4,78	5,31	0,53 т / 11,0%	

Таблица 4. Влияние массы на устойчивость рулона.



Рис. 3.10. Влияние массы на устойчивость рулона для сортамента 0,35мм Х 1250мм

3.4. Влияние производителя эмали на потерю устойчивости рулоном.

На АПП-3 используется эмаль RAL 9003 двух основных производителей «Akzo Nobel» и «Becker». В таблице 5 представлены сравнительные данные по потере устойчивости рулонами в зависимости от типа краски для различных сортаментных групп.

Ширина, мм	Толщина, мм	Изготовитель краски	Количество просевших рулонов	Всего обработанных рулонов	Доля просевших рулонов, %
1250	0,35	Akzo Nobel	5	129	3,88%
		Becker	39	416	9,38%
	0,4	Akzo Nobel	0	47	0,00%
		Becker	9	154	5,84%
	0,45	Akzo Nobel	0	281	0,00%
		Becker	9	2026	0,44%
	0,7	Akzo Nobel	0	14	0,00%
		Becker	8	127	6,30%

Таблица 5. Доля просевших рулонов в зависимости от производителя эмали

На эмали производителя «Akzo Nobel» отмечены случаи проседания рулонов только на критическом сортаменте 0,35мм X 1250мм. На эмали производителя «Becker» отмечены случаи проседания рулонов вплоть до толщины 0,7 мм, а на критическом сортаменте вероятность проседания рулона с эмалью производителя «Becker» в три раза выше, чем с эмалью производителя «Akzo Nobel».

3.5. Влияние толщины полимерного покрытия и шероховатости поверхности на устойчивость рулона.

Проведен анализ влияния толщины покрытия на устойчивость рулонов для сортамента 0,35мм X 1250мм. Влияния на устойчивость рулона отсутствует для всех четырех характеристик толщины полимерного покрытия: толщины сухого слоя краски снизу полосы (рис. 3.11), толщины сухого слоя краски сверху полосы (рис. 3.12), толщины сухого слоя грунта снизу полосы (рис. 3.13), толщины сухого слоя грунта сверху полосы (рис. 3.14).

Однако, наблюдается снижение шероховатости поверхности при уменьшении толщины покрытия и, учитывая, что снижение шероховатости увеличивает вероятность потери устойчивости [85], снижение толщины полимерного покрытия может оказывать негативное воздействие.

№ измерения	Рулон просел, был обработан на АПП-3, мкм		Рулон просел, был обработан на АПП-3, мкм Обработан на АПП-3,		Рулон не просел, был обработан на АПП-2, мкм	
	вдоль	поперек	вдоль	поперек	вдоль	поперек
1	0,401	0,437	0,47	0,452	0,478	0,386
2	0,315	0,443	0,522	0,457	0,468	0,442
3	0,4	0,332	0,504	0,563	0,523	0,375
среднее	0,372	0,404	0,499	0,491	0,490	0,401

Таблица 6. Измерения шероховатости

Дополнительно были произведены измерения шероховатости на устойчивом и не устойчивом рулоне (таблица 6). Шероховатость поверхности просевшего рулона на ~21 % меньше при измерении шероховатости поперек хода прокатки и на 34% меньше при измерении по ходу прокатки. Эти результаты косвенно подтверждают, что снижение толщины покрытия может оказывать негативное воздействие через уменьшения шероховатости.

Отсутствие статистической связи между толщиной покрытия и устойчивостью рулона объясняется тем, что толщина покрытия всегда поддерживается на минимально возможном уровне по ГОСТ 52146-2003 с учетом разброса процесса с целью экономии т.к. лакокрасочные материалы вносят самый большой вклад в себестоимость продукции при обработке на агрегате полимерного покрытия. Поэтому воздействие на устойчивость рулона через толщину покрытия носит затратный характер и должно рассматриваться в последнюю очередь.



Рис. 3.11. Влияние на устойчивость рулона толщины сухого слоя краски снизу полосы

106







Рис. 3.13. Влияние на устойчивость рулона толщины сухого слоя краски снизу полосы



Рис. 3.14. Влияние на устойчивость рулона толщины сухого слоя грунта сверху полосы

3.6. Влияние режима работы правильной машины АПП-3 на устойчивость рулона.

На АПП-3 количественно оценить воздействие на плоскостность машины правки в процессе обработки невозможно т.к. объективные средства контроля плоскостности полосы на входе и выходе полосы на АПП-3 отсутствуют, а визуальный контроль плоскостности полосы во входном и выходном накопителе (без натяжения) позволяет оценить воздействие на плоскостность только качественно. В связи с этим воздействие на процесс через режим работы машины правки может носить только общий характер т.к. выработать дифференцированные для каждого входящего материнского рулона режимы невозможно.

Наиболее сильное воздействие на устойчивость рулона оказывает натяжением на правильной машине (рис. 3.15). Натяжение не задается на
правильной машине, оно изменяется автоматически для поддержания заданной вытяжки полосы. При таком алгоритме работы снижение натяжения при одинаковой вытяжке возможно при локализации деформации по ширине из-за неплоскостности и поперечной разнотолщинности входной полосы. Локализация деформации приводит к тому, что натяжение смотки так же распределяется неравномерно по ширине рулона. Данный эффект можно устранить, заглубив кассеты на машине правки. Это увеличит изгибающую составляющую деформации, которая одинакова по ширине полосы, увеличив тем самым равномерность деформации по ширине полосы.



Рис. 3.15. Натяжение в правильной машине для сортамента 0,35мм Х 1250мм

Статистически, снижение удлинения увеличивает вероятность проседания (рис. 3.16). Поэтому наиболее оптимальное удлинение на

сортаменте 0,35мм Х 1250мм более 0,3%. Это позволит деформировать полосу по всей ширине.



Рис. 3.16. Влияние удлинение в правильной машине для сортамента 0,35мм Х 1250мм

3.7. Влияние материнского рулона на устойчивость отдельных смоток.

На рис. 3.17 представлена гистограмма распределения материнских рулонов по доле просевших смоток. Из данной гистограммы видно, что материнских рулонов, на которых доля просевших смоток 80-100% значительно больше, чем материнских рулонов с долей просевших рулонов 20-33%. При условии отсутствия влияния характеристик материнского

рулона на потерю устойчивости отдельных смоток наблюдалось бы противоположное распределение материнских рулонов по доле просевших смоток.





Выше показано косвенное влияние неплоскостности и разнотолщинности материнского рулона на устойчивость рулона через параметры машины правки АПП-3. Для выявления прямого влияния неплоскостности материнского рулона на устойчивость отдельных смоток требует отдельного исследования. Однако возможно проанализировать влияние поперечной разнотолщинности полосы на устойчивость рулона.

На стане холодной прокатки 1400 отсутствует измеритель поперечной разнотолщинности полосы. Однако, учитывая, что разнотолщинность обжатие горячекатаного подката через суммарное переходит на холоднокатанную полосу, то используем ДЛЯ анализа параметра «разнотолщинность» на горячекатаном подкате для оценки влияния поперечной разнотолщинности полосы на устойчивость рулона (рис. 3.18). Из анализа видно, что с на просевших рулонах наблюдается рост поперечной разнотолщинности относительно устойчивых рулонов.

111



Просевшие рулоны Устойчивые рулоны

Рис. 3.18. Влияние разнотолщинности г/к рулона для сортамента 0,35мм Х 1250мм



Рис. 3.19. Пример распределения цинка на полосе для сортамента 0,35мм Х 1270мм

Однако, ассоциировать поперечную разнотолщинность горячекатаной полосы и обрабатываемого рулона напрямую не корректно. Необходимо учитывать неравномерность толщины наносимого слоя цинка (рис. 3.19). Но представляет Для ЭТОГО необходимо ЭТО значительную трудность. разработать специальную учитывающую методику переход разнотолщинности горячекатаной в разнотолщинность холоднокатаной полосы и наложение на поверхность полосы цинкового слоя.

3.8. Воздействие температуры полосы на выходе из печей №1 и №2 на потерю устойчивости рулоном.



Рис. 3.20. Влияние температуры в печи №1 для сортамента 0,35мм Х 1250мм

Температура в печах №1 и №2 на АПП-3 определяют свойства полимерного покрытия, в том числе и твердость. В свою очередь твердость оказывает значимое воздействие на НДС рулона при смотке (см. главу 2.3).

В связи с этим проведен анализ влияния температурных параметров на устойчивость рулона. Из рис. 3.20 следует, что увеличение температуры в печи №1 увеличивает вероятность проседания рулона. Влияния температуры в печи №2 на проседание рулона не значительно (рис. 3.21).

Снижение температуры так же может оказать положительное воздействие на свойство «прочность при изгибе на 180⁰» или испытания на Т-изгиб.



Рис. 3.21. Влияние температуры в печи №2 для сортамента 0,35мм Х 1250мм

3.8. Влияние режима натяжения при смотке на устойчивость рулона.

Из литературы [85] известно, что режим натяжения оказывает прямое воздействие на НДС рулона и как следствие на устойчивость рулона к потере формы. Из анализа рис. 3.22 следует, что увеличение натяжения смотки приводит к снижению вероятности проседания рулона.



Рис. 3.22. Влияние натяжения смотки для сортамента 0,35мм Х 1250мм

Проведено математическое моделирование с помощью слоистой модели НДС рулона, которое показало, что в применяемом режиме смотки длина формируемой гильзы слишком большая и составляет 500 м, что

характерно для полновесного рулона. В маловесном рулоне такая гильза составляет примерно 36% толщины рулона. Это приводит к тому, что с 100 по 250 виток формируется зона с относительно низким межвитковым давлением (рис. 3.23) и более высоким уровнем тангенциальных напряжений (2.24), что способствует движению витков друг относительно друга и как следствие проседанию рулона.





– – Без гильзового натяжения — Исходный режим смотки
Рис. 3.23. Радиальные напряжения в рулоне для толщины полосы 0,35 мм

--- Без гильзового натяжения — Исходный режим смотки Рис. 3.24. Тангенциальные напряжения в рулоне для толщины полосы 0,35 мм

3.9. Выводы и рекомендации по результатам анализа обработки в І полугодии 2017 года.

На основе проведенного анализа обработки в I полугодии 2017 года были сделаны следующие выводы:

1. Наиболее склонный к проседанию тонкий и широкий сортамент (0,35×1250мм). Вероятность проседания 8,06%.

Значимое воздействие на устойчивость рулона оказывает вес смотки.
С ростом массы растет вероятность проседания. Вес просевших смоток в среднем на 0,5т - 2т больше среднего веса смотки.

3. Рулоны, покрашенные эмалью «Becker», более склонны к проседанию нежели по сравнению с рулонами, покрашенными эмалью «Akzo Nobel». На склонному к проседанию сортаменте на эмали «Becker» вероятность проседания в 3 раза выше, чем на эмали «Akzo Nobel». На остальном сортаменте отмечено проседание рулонов только эмали «Becker».

4. Косвенными параметрами доказано значимое влияние неплоскостности и разнотолщинности материнского рулона на устойчивость рулона. Для доказательства прямого влияния требуется разработка специальной методики.

5. На устойчивость рулона значимое воздействие оказывают настройки машины правки АПП-3.

6. На устойчивость рулона значимого воздействия не оказывают параметры толщины покрытия.

7. Увеличение температуры в печи №1 увеличивает вероятность проседания рулона. Влияния температуры в печи №2 на проседание рулона не значительно.

8. Увеличение натяжения смотки приводит к снижению вероятности проседания рулона.

На основе выводов по результатам анализа обработки в I полугодии 2017 года сделаны следующие рекомендации:

117

1. Снизить температуру смотки путем снижения РМТ-2 (пиковой температуры) с существующих ~240°С до 232°С.

2. Произвести работу по увеличению натяжения (без гильзового) – на +2; +4; +6 кН от существующих. Оценить воздействие на устойчивость рулонов.

3. Произвести тарирование месдоз выходного участка АПП-3.

4. Произвести замеры температуры полосы на выходе из печи №2 АПП-3, после холодильной машины, перед моталкой и готового смотанного рулона.

5. Произвести перемотку просевшего рулона на любом другом агрегате, кроме АПП-3.

6. Изменить алгоритм формирования гильзы на моталку АПП-3, сделав более короткий участок гильзового натяжения.

3.10. Результаты после выполнения рекомендаций и проведение дополнительного анализа.

По п.1. снижение пиковой температуры улучшило выход металла по испытанию прочность покрытия при изгибе "Т". Эффект по снижению случаев потери устойчивости не достигнут.

По п.2 опробованы различные варианты режимов смотки. Определены оптимальные режимы, которые представлены в таблице 7.

Толщина, мм	Натяжение, кН (ширина 1250мм)	Натяжение, кН (ширина 1065мм)
0,35	28	23
0,4	32	25
0,45	32	27
0,5	34	29
0,6	34	29
0,7	35	30

Таблица 7. Рекомендуемые натяжения при смотке

По п.3 проведено тарирование месдоз выходного участка АПП-3. Подвешенный груз (2520 кг) соответствовал допустимой погрешности месдозы.

По п.4 произведены замеры температуры полосы: на выходе из печи АПП-3, после холодильной машины, перед моталкой, готового смотанного рулона. Значимых отклонений температуры на выходе из печи АПП-3 не выявлено. Выявлена высокая температура полосы после холодильной машины (более 80°С) при высокой скорости. При снижении скорости и пиковой температуры, а также увеличения количества поступающей обессоленной воды, температура полосы после холодильной машины снизилась примерно на 20°С.

По п.5 10.07.2017 на AP-4 ЦДС произведена перемотка просевшего рулона. 11.07.2017 обнаружено нарушение геометрической формы рулонов с полимерным покрытием. Это указывает на то, что физические свойства полимерного покрытия оказывают наибольшее влияние на потерю устойчивости внутренней образующей рулона на эмали RAL 9003.

По п.6 изменен алгоритм формирования гильзы на моталку АПП-3. Реализован более короткий участок гильзового натяжения. Гильза по новому алгоритму формируется до диаметра 0,7 м.

Всего с 01.07.2017 по 25.07.2017 было обработано 303 рулона с лицевой эмалью RAL 9003. Анализ по сортаменту представлена в таблице 8. Анализ по сортаменту с учетом производителя краски, используемой гильзы и потери устойчивости рулонов представлено в таблице 9. На краске производителя «Akzo Nobel» случаев потери устойчивости не обнаружено.

Ширина, мм	Толщина, мм	Количество рулонов	Доля в сортаменте
1065	0,45	57	18,8%
1250	0,35	39	12,9%
	0,4	39	12,9%
1250	0,45	107	35,3%
	0,5	61	20,1%
Всего:		303	

Таблица 8. Сортамент с 01.07.2017 по 25.07.2017.

Таблица 9. Зависимость устойчивости рулонов от сортамента, производителя

Изготовитель краски	Гильза	Ширина, мм	Толщина, мм	Количество просевших рулонов, шт / %	Количество рулонов с дефектом "птичка", шт / %	Общее количество рулонов, шт
	С гильзой	1250	0,35	-	-	16
Akzo Nobel			0,45	-	-	40
			0,5	-	-	61
	Без	1065	0,45	-	-	2
		1250	0,35	-	-	9
	гильзы		0,4	2шт / 8%	-	25
Doolson			0,45	-	-	52
Бескег	С	1065	0,45	-	6шт / 11%	55
		i 1250	0,35	2шт / 14%	-	14
	гильзой		0,4	1шт / 7%	1шт / 7%	14
			0,45	-	-	15

краски и формирования гильзы на рулоне.

Из анализа таблицы 9 следует, что формирование гильзы на внутренних витках сказывается негативно на устойчивости рулонов. Формирование гильзы на рулоне уменьшило устойчивость рулона к проседанию. Также формирование гильзы привело к появлению не наблюдаемого в I полугодии 2017 года вида потери устойчивости – дефекту «птичка». Данный дефект появился на нехарактерном для этого сортаменте 0,45 мм X 1065 мм. наблюдаемая зависимость противоречит ранее накопленным научным знаниям и требует дополнительного объяснения. Из литературных источников известно [85, 92, 101, 107], что формирование гильзы повышает устойчивость рулона:

Основная доля исследований направленно на изучение смотки холоднокатаной полосы на стане холодной прокатки. Основным отличием барабана моталки АПП-3 от барабана моталки стана холодной прокатки является наличие резиновой гильзы. Поэтому было проведено математическое моделирование НДС рулона с учетом того, что на барабан надета резиновая гильза (фактическое состояние на АПП-3) и для стального барабана. Моделирование проведено на рулоне массой 5 т, смотанного из









Рис. 3.26. Тангенциальные напряжения в рулоне при смотке на барабан с резиновой гильзой

Из результатов математического моделирования следует, что гильзовое натяжение на барабане с резиновой гильзой работает противоположным образом относительно стального барабана: с увеличением гильзового натяжения происходит рост тангенциальных напряжений на внутренних витках (таблица 10). Так же происходит рост в 3 раза напряжений на внутренних витках относительно стального барабана. Это связано разницей на 3-4 порядка в модуле упругости прорезиненной гильзы и стального барабана.

Таблица 9. Сравнение уровня тангенциальных напряжений для различных режимов смотки

Стальной барабан		Барабан с резиновой гильзой				
Без формирования С формирова		ванием	Без формирования	С формированием		
	ГИЛЬЗЫ	ГИЛЬЗ	Ы	ГИЛЬЗЫ	ГИЛЬЗЫ	
-47,55 MПа -34,81 MI		∕Па	-152,08 МПа	-175,25 MПа		
Падение уровня напряжений на 26,8%			26,8%	Рост уровня напряжений на 15,32%		

На основе проведенного дополнительного анализа сделаны следующие выводы:

1. Подтверждено, что рулоны, покрашенные эмалью «Becker», более склонны к проседанию, чем рулоны, покрашенные эмалью «Akzo Nobel».

2. Определены оптимальные режимы смотки, приведенные в таблице 2.

3. Формирование гильзы на внутренних витках сказывается негативно на устойчивости рулонов.

На основе выводов по результатам дополнительного анализа сделаны следующие рекомендации:

1. Обрабатывать на АПП-3 сортамент, склонный к проседанию (толщина 0,35 мм и 0,40 мм), только на эмали производства «Akzo Nobel».

2. Исключить формирование гильзы на сортаменте, склонном к проседанию (толщина 0,35 мм и 0,40 мм).

3. Использовать в работе оптимальные режимы смотки, приведенные в таблице 7.

После реализации данного комплекса мероприятий, в период с 25.07.2017 по 23.08.2017 на АПП-3 было обработано 780 рулонов (3 850,98 т). Случаев потери устойчивости рулонов зафиксировано не было.

3.11. Выводы по результатам использования слоистой математической модели НДС рулонов для решения проблемы потери устойчивости на АПП-3.

1. На основе результатов математического моделирования НДС рулона определена абсолютная величина натяжения, толщина и величина гильзового натяжения, обеспечивающие устойчивость рулонам:

Толщина, мм	Натяжение, кН (ширина 1250мм)	Натяжение, кН (ширина 1065мм)	Гильзовое натяжение, %
0,35	28	23	105%
0,40	32	25	105%
0,45	32	27	120%
0,50	34	29	120%
0,60	34	29	120%
0,70	35	30	120%

Таблица 10. Рекомендуемые режимы натяжения при смотке

2. Разработанный оптимальный режим смотки позволил снизить расходный коэффициент с 1,0013 т/т до 1,0003 т/т, выход брака с 0,0411% до 0,0047% и выход несоответствующей продукции с 0,3168% до 0,2860%. В годовом выражении это позволяет получить экономический эффект в размере 6 359 тысяч рублей (приложение 3).

3. Слоистая математическая модель НДС рулона может быть использована для решения широкого круга задач.

4. Моделирование охлаждения рулона и воздействие на плоскостность полосы

4.1. Тепловая модель охлаждения рулона

Температурное поле остывающего рулона определяется решением уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах с анизотропными нелинейными коэффициентами, представленного в виде:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda_r}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\lambda_M \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_M \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad , \tag{4.1}$$

где T – температура; τ – временная координата; с и ρ – теплоемкость и плотность материала; r, φ и z – координаты по радиусу, по углу поворота и ширине рулона; $\lambda_{\rm M}$ и λ_r – коэффициент теплопроводности материала полосы и по радиальному направлению.

Для решения уравнения (4.1) необходимо знать первоначальное распределение температуры в рулоне и условия на границе. Граничные условия определяются выражениями:

$$\lambda_{\rm M} \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\rm K} (T_{\rm \Pi OB} - T_{\rm cp}) + \varepsilon \sigma (T_{\rm \Pi OB}^4 - T_{\rm cp}^4) \quad , \tag{4.2}$$

где $\alpha_{\rm k}$ – коэффициент теплопередачи конвекцией; $T_{\rm nob}$ и $T_{\rm cp}$ – температуры поверхности рулона и окружающей среды; σ – коэффициент теплопередачи излучением абсолютно черного тела; ε – степень черноты.

Начальное распределение температуры в рулоне, как правило, известно ИЗ фактических измерений на отводящем рольганге. Параметры теплоемкости, плотности, теплопроводности, степень черноты поверхности и коэффициент теплопередачи конвекцией с достаточной точностью определены в работах [123-133] и расчетные формулы представлены в литературном обзоре.

Локальный угловой коэффициент для торцов и наружной образующей рулона зависят от места нагрева или охлаждения рулона. Например, для свободного охлаждения локальный угловой коэффициент равен единице. Отдельного рассмотрения требуют граничные условия на внутренней образующей. Внутренняя образующая ограничивает излучение со своей поверхности. Допуская что все испущенное с внутренней образующей на саму себя тепло поглощается без отражения формула (4.2) примет вид:

$$\lambda_{\rm M} \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\rm K} (T_{\rm \Pi OB} - T_{\rm cp}) + \varepsilon_{\rm \Pi p} \sigma (T_{\rm \Pi OB}^4 - T_{\rm cp}^4) \varphi \qquad , \tag{4.3}$$

где φ – локальный угловой коэффициент потока тепла с внутренней образующей не попадающий обратно; ε_{np} – приведенная степень черноты.



Рис. 4.1 Расчетная схема к угловому коэффициенту: а – схема телесных углов; б – схема углов при интегрировании.

Локальный угловой коэффициент φ в точке A (рис. 4.1a) равен отношению суммы телесных углов отверстий к телесному углу полусферы:

$$\varphi = (\omega_1 + \omega_2)/2\pi \qquad . \tag{4.4}$$

Формулы для нахождения углов ω_1 и ω_2 аналогичны, поэтому достаточно определить только один. Из схемы (рис. 4.2б) найдем ω_1 :

$$\omega_1 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \alpha d\beta \quad , \tag{4.5}$$

где $\alpha = atan(d'/b)$ и $d' = dsin(\beta)$.

После преобразований получаем:

$$\omega_1 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} atan(dsin(\beta)/b) d\beta \qquad , \tag{4.6}$$

Для решения уравнения (4.1) требуется определить теплопроводность в радиальном направлении λ_r . Теплопроводность в радиальном направлении можно рассчитать по формуле коэффициента теплопроводности многослойной стенки (среднее гармоническое взвешенное):

$$\lambda_r = (h_{\rm M} + h_{\rm II})/(h_{\rm M}/\lambda_{\rm M} + h_{\rm II}/\lambda_{\rm II}) \quad , \tag{4.7}$$

где $h_{\rm M}$ – толщина смотанной полосы; $h_{\rm n}$ – толщина промежуточного слоя между витками (например, окалины, сажи, воздуха и т.д.) с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{\rm n}$.

Учитывая, что основную долю промежуточного слоя в рулоне горячекатаной стали составляет воздух, то приравняем теплопроводность промежуточного слоя к теплопроводности воздуха:

$$\lambda_{\Pi} = \lambda_{B} \qquad . \tag{4.8}$$

Используя данные работы [187] получим следующую регрессионную зависимость для теплопроводности воздуха, который составляет большую часть промежуточного слоя между витками:

$$\lambda_{\rm B} = -9,2464 \cdot 10^{-20} \cdot T^5 + 1,7768 \cdot 10^{-16} \cdot T^5 - 7,5028 \cdot 10^{-14} \cdot T^4 - -1,0446 \cdot 10^{-11} \cdot T^3 - 2,4813 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 + 8,02289 \cdot 10^{-5} \cdot T + +2,3993 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{Br}/(\mathrm{M} \cdot \mathrm{K}); \quad \mathrm{R}^2 = 0,9999 \quad , \tag{4.9}$$

Используя результаты модели расчета НДС рулона в процессе смотки полосы, описанной в главе 2, определим толщину промежуточного слоя между соседними витками. При неплотном прижатии соседних витков толщина промежуточного слоя между *i*-м и (*i*+1)-м витком на *j*-ом участке по ширине определяется по формуле:

$$h_{ij} = r^{\rm B}_{(i+1)(j)} - r^{\rm H}_{ij} \qquad , \tag{4.10}$$

где $r_{ij}^{\text{н}}$ и $r_{(i+1)(j)}^{\text{в}}$ – наружный радиус *i*-го и внутренний радиус (*i*+1)-го витков.

На участке плотного прижатия тоже образуется промежуточный слой за счет шероховатости полосы:

$$h_{ij} = r_{(i+1)(j)} - r_{ij} \qquad , \tag{4.11}$$

126

где $r_{(i+1)(j)}$ – внутренний радиус (i+1)-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы в деформированном состоянии; r_{ij} – наружный радиус *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы в деформированном состоянии.

4.2 НДС рулона в процессе охлаждения после

В главе 1.4 дан обзор ранее применяемых математических моделей для расчета изменения напряженного состояния под действием явления термического расширения. Общим их недостатком является рассмотрения рулона как сплошного цилиндра. Но как показано в главе 2 образование зазоров между витками значительно изменяют НДС рулона. Поэтому находить НДС рулона в процессе охлаждения нужно с учетом межвитковых зазоров.

Для нахождения НДС рулона в процессе охлаждения можно использовать слоистую модель. Однако для этого нужно знать перемещения наружной u_i^{H} и внутренней u_i^{B} поверхностей *i*-го витка. Перемещения u_i^{H} и u_i^{B} находятся решением задачи термоупругости, поставленной в главе 1.4. Вывод уравнений подробно изложен в приложении Г. Сами уравнения имеют вид:

$$u_{i}^{\rm B} = \frac{2}{3} \frac{r_{i}^{\rm B}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} \int_{r_{i}^{\rm B}}^{r_{i}^{\rm H}} \omega(r) r dr , \qquad (4.12)$$

$$u_{i}^{\rm H} = \frac{2}{3} \frac{r_{i}^{\rm H}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} \int_{r_{i}^{\rm B}}^{r_{i}^{\rm H}} \omega(r) r dr , \qquad (4.13)$$

$$\omega(r) = 3\alpha_T [T(r) - T_0(r)] \quad , \tag{4.14}$$

где $r_i^{\rm H}$, $r_i^{\rm B}$ – наружный и внутренний радиусы *i*-го витка; α_T – коэффициент температурного расширения; $T_0(r)$, T(r) – начальная и конечная температура в координате *r i*-го витка.

Аппроксимируя значения (1.82) получим следующую регрессионную модель для нахождения коэффициент температурного расширения:

$$\alpha_T = 1,1681 \cdot 10^{-19} \cdot T^5 - 2,3103 \cdot 10^{-16} \cdot T^4 + 1,5833 \cdot 10^{-13} \cdot T^3 - -4,8080 \cdot 10^{-11} \cdot T^2 + 1,1944 \cdot 10^{-8} \cdot T +$$

127

$$+11,3 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}C; R^2 = 0,9999.$$
 (4.15)

В общем случае температура распределена произвольным образом. Но учитывая, что уравнение теплопроводности решается методом конечных разностей, удобно использовать линейное распределение температуры по радиальной координате *r i*-го витка (рис. 4.2). Уравнения примут вид:

$$T_0(r) = \frac{T_0^{\rm H} - T_0^{\rm B}}{r_i^{\rm H} - r_i^{\rm B}} r + T_0^{\rm H} - \frac{T_0^{\rm H} - T_0^{\rm B}}{r_i^{\rm H} - r_i^{\rm B}} r_i^{\rm H} \qquad , \qquad (4.16)$$

$$T(r) = \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B}}{r_i^{\rm H} - r_i^{\rm B}} r + T^{\rm H} - \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B}}{r_i^{\rm H} - r_i^{\rm B}} r_i^{\rm H} \qquad , \qquad (4.17)$$

где T_0^{H} , T_0^{B} , T^{H} , T^{B} — начальная и текущая температура на наружной и внутренней поверхностях витка.



Рис. 4.2. Пример линейного распределения температуры по витку

Подставим в (4.14) формулы (4.16) и (4.17):

$$\omega(r) = 3\alpha_T \left[\frac{T^{\rm H} - T^{\rm B} - T^{\rm H}_0 + T^{\rm B}_0}{r^{\rm H}_i - r^{\rm B}_i} r + \frac{T^{\rm H}_0 - T^{\rm B}_0 - T^{\rm H} + T^{\rm B}}{r^{\rm H}_i - r^{\rm B}_i} r^{\rm H}_i + T^{\rm H} - T^{\rm H}_0 \right] \qquad . \tag{4.18}$$

Решим интеграл (3.12) и (3.13) используя уравнение (3.18), подставим:

$$u_{i}^{\rm B} = \alpha_{T} r_{i}^{\rm B} \left[\frac{2}{3} \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B} - T_{0}^{\rm H} + T_{0}^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{i}^{\rm B}} \frac{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{3} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{3}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} + r_{i}^{\rm H} \frac{T_{0}^{\rm H} - T_{0}^{\rm B} - T^{\rm H} + T^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{0}^{\rm B}} + \left(T^{\rm H} - T_{0}^{\rm H}\right) \right], (4.19)$$
$$u_{i}^{\rm H} = \alpha_{T} r_{i}^{\rm H} \left[\frac{2}{3} \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B} - T_{0}^{\rm H} + T_{0}^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{0}^{\rm B}} \frac{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{3} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{3}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} + r_{i}^{\rm H} \frac{T_{0}^{\rm H} - T_{0}^{\rm B} - T^{\rm H} + T^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{0}^{\rm B}} + \left(T^{\rm H} - T_{0}^{\rm H}\right) \right]. (4.20)$$

Для равномерного первоначального температурного поля $T_0^{\rm H} = T_0^{\rm B}$:

$$u_{i}^{\rm B} = \alpha_{T} r_{i}^{\rm B} \left[\frac{2}{3} \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{i}^{\rm B}} \frac{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{3} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{3}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} + r_{i}^{\rm H} \frac{T^{\rm B} - T^{\rm H}}{r_{i}^{\rm H} - r_{i}^{\rm B}} + \left(T^{\rm H} - T_{0}^{\rm H}\right) \right], \qquad (4.21)$$

$$u_{i}^{\rm H} = \alpha_{T} r_{i}^{\rm H} \left[\frac{2}{3} \frac{T^{\rm H} - T^{\rm B}}{r_{i}^{\rm H} - r_{i}^{\rm B}} \frac{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{3} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{3}}{\left(r_{i}^{\rm H}\right)^{2} - \left(r_{i}^{\rm B}\right)^{2}} + r_{i}^{\rm H} \frac{T^{\rm B} - T^{\rm H}}{r_{i}^{\rm H} - r_{i}^{\rm B}} + \left(T^{\rm H} - T_{0}^{\rm H}\right) \right].$$
(4.22)

НДС рулона в процессе охлаждения напрямую связано с изменением температуры. В свою очередь межвитковые зазоры, определяемые НДС рулона, оказывают влияние на коэффициент теплопроводности в радиальном направлении. Возникает взаимосвязь между НДС рулона и изменением температуры в процессе охлаждения.

Алгоритм расчета температурного поля и НДС рулона в процессе охлаждения будет следующим:

1. Определяется НДС рулона при смотке; находятся внутренние $r_{ij}^{\text{в}}$ и наружные $r_{ij}^{\text{н}}$ радиусы *i*-их витков на *j*-их участках по ширине и величины межвитковых зазоров.

2. Определяется начальное распределение температуры в рулоне на основе известной температуры смотки.

3. На основе известных межвитковых зазоров рассчитывается коэффициент теплопроводности в радиальном направлении; определяются остальные теплофизические параметры.

4. Методом конечных разностей решается уравнение теплопроводности. Рассчитывается температурное поле через заранее определенное время *т*.

5. Рассчитывается изменение перемещение на наружной $u_{ij}^{\text{н}}$ и внутренней $u_{ij}^{\text{в}}$ поверхностях *i*-их витков на *j*-их участках по ширине и величины межвитковых зазоров и переходим на п.3. Расчет продолжается до достижения рулоном заданной температуры, например, 100 °C.

129

4.3. Проверка адекватности модели ТС рулона в процессе охлаждения

Для проверки адекватности разработанной температурной модели используем экспериментальные данные работы [120]. В модели использованы следующие параметры: марка стали – Ч09СФ; геометрические размеры барабана моталки: внутренний радиус – 0,34 м и наружный радиус – 0,425 м; толщина – 9 мм; ширина – 1360 мм; шероховатость полосы – 1,5 мкм; количество витков – 65 шт. Для моделирования использованы величины натяжения при смотке (21,2 МПа) и выпуклости полосы (+81 мкм) для аналогичной марки и типоразмера, производимого на НШСГП 2000 в ПАО «НЛМК». Измерения температуры представлены на рис. 4.3.

Наблюдается большая сходимость между измеренной и расчетной температурой. Максимальная погрешность не превышает 7,5°С, а средняя погрешность равна 2,2°С. На рис. 4.4. представлены измеренная и расчетная температуры для витка №36.



Рис. 4.3. Измеренная температура рулона.



Рис. 4.4. Измеренная и фактическая температуры витка №36.

4.4 Связь НДС и ТС рулона в процессе охлаждения

Величина зазора между соседними витками зависит от параметров, определяющих НДС рулона: выпуклость, шероховатость, неплоскостность полосы и натяжение при смотке. В свою очередь величина зазора между витками определяет теплопроводность в радиальном направлении и как следствие воздействует на ТС рулона. Разработанная выше математическая модель позволяет проанализировать воздействие выпуклости, шероховатости, неплоскостности полосы и натяжения при смотке на ТС и НДС в процессе охлаждения рулона после горячей прокатки.

Выделим характерные особенности процесса охлаждения рулона. Используем следующие параметры моделирования: толщина полосы – 2,5 мм; ширина – 1250 мм; шероховатость – 1,5 мкм; первоначально равномерная распределённая температура по сечению рулона – 700 °C; натяжение при смотке – 15 МПа; ровная полоса с выпуклостью – +30 мкм. Для сокращения времени расчетов решаем задачу симметрично относительно центрального сечения рулона по ширине полосы.

Распределение температуры в рулоне через 2 часа после смотки представлено на рис. 4.5. Для любого рулона характерно, что торцы, внутренние и наружные витки остывают быстрее. Данная особенность позволяет характеризовать ТС рулона в целом всего тремя параметрами: максимальная и минимальная температуры в рулоне и разница между ними.

Сформированное в процессе смотки НДС рулона (рис. 4.6) при охлаждении изменяется. Вследствие неравномерности охлаждения рулона происходит перераспределение напряжений. Но напряжения на наружных и внутренних витках изменяется противоположным образом. Большая скорость охлаждения граничных витков приводит к тому, что сжимающие напряжения на внутренних витках уменьшается, а растягивающие напряжения на внешних витках наоборот увеличивается (рис. 4.7). Эта особенность определена уменьшением радиуса при уменьшении температуры витка. Неравномерность охлаждения торцов практически не сказывается на НДС рулона в следствии отсутствия контакта между соседними витками.



Рис. 4.5. Тепловое поле в рулоне после 2 часов охлаждения.



Рис. 4.6. Тангенциальные напряжения в рулоне сразу после смотки.



Рис. 4.7. Тангенциальные напряжения в рулоне через 2 часа после смотки.

НДС в процессе охлаждения рулона характеризуется распределением тангенциальных напряжений на внутреннем и наружном витке, особенно в точках с максимальной толщиной полосы, в данном случае – в центре полосы.

Проанализируем влияние шероховатости полосы процесс на охлаждения рулона. Для этого проведем моделирование ТС и НДС для шероховатости – 0,5 мкм, 1,0 мкм и 1,5 мкм. Из результатов моделирования (рис. 4.8) видно, что с ростом шероховатости уменьшается скорость охлаждения. Максимальная температура сечения уменьшается до 400°С при шероховатости Ra = 1.5 мкм примерно на 2 часа дольше чем при Ra = 0.5МКМ. Это связано с тем, ЧТО шероховатость полосы увеличивает как следствие ослабляет теплопроводность в межвитковый зазор и радиальном направлении. Так же с ростом шероховатости возрастает неравномерность температуры ПО сечению. При Ra = 1.5МКМ неравномерность температуры по сечению рулона на 10-15°С больше чем при Ra = 0,5 мкм.

Изменение максимальных тангенциальных напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона представлено на рис.4.8. Общий уровень максимальных тангенциальных напряжений на внутреннем витке убывают с ростом шероховатости, что соответствует ранее проведенному анализу НДС при смотке.

Однако изменение шероховатости почти не оказывает воздействие на максимальные тангенциальные напряжение на наружном витке. Этот эффект связан с обратной связью. Рост шероховатости снижает теплопроводность в радиальном направлении. Это приводит к большему градиенту температур и как следствие увеличению давления на наружных витках. Поэтому снижение напряжений с ростом шероховатости полосы компенсируется увеличением напряжений из-за роста неравномерности температуры по сечению рулона.



Рис. 4.8. Максимальная (а), минимальная (б) температуры и разница между ними (в) в сечении рулона в процессе охлаждения в зависимости от величины шероховатости сматываемой полосы.



Рис. 4.9. Изменение максимальных тангенциальных напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от шероховатости.

ТС рулона в зависимости от величины натяжения при смотке представлен на рис. 4.10.

Влияние величины натяжения при смотке полосы на TC рулона не так существенно, как шероховатости, но при это все равно является значимым. Разница во времени охлаждения до 400°C менее часа и неравномерность температуры по сечению рулона отличается не более чем на 10°C. Влияние натяжения на TC рулона связано с тем, что рост натяжения уменьшает межвитковые зазоры и как следствие увеличивает коэффициент теплопроводности в радиальном направлении.



Рис. 4.10. Максимальная (а), минимальная (б) температуры и разница между ними (в) в сечении рулона в процессе охлаждения в зависимости от величины натяжения при смотке полосы.



Рис. 4.11. Изменение максимальных тангенциальных напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от натяжения.

Натяжение при смотке оказывает сильнейшее воздействие на НДС в процессе охлаждения рулона. С ростом натяжения увеличивается и уровень напряжений (рис. 4.11). При этом с ростом натяжения форма кривых практически не меняется и почти полностью повторяет форму кривой разницы между максимальной и минимальной температуры в рулоне.

Проведем моделирование для полосы с различным видом неплоскостности (рис. 4.12). Из анализа результатов (рис. 4.13) видно, что неплоскостность полосы практически не оказывает влияния на TC рулона при охлаждении. Кривые практически сливаются в одну. Однако воздействие

на НДС достаточно значимое (рис. 4.14), особенно на внутренних витках рулона.

Столь сильное воздействие обусловлено тем, что при смотке коробоватой полосы внутренние витки прилегают друг к другу значительно плотнее чем витки ровной или волнистой полосы. Поведение наружных витков в зависимости от вида неплоскостности сматываемой полосы практически не зависит. Данный вывод согласуется результатами с полученными при анализе влияния неплоскостности полосы на НДС рулона при смотке.





1 – волнистость; 2 – ровная полоса; 3 – коробоватость.



Рис. 4.13. Максимальная (а), минимальная (б) температуры и разница между ними (в) в сечении рулона в процессе охлаждения в зависимости от плоскостности полосы. 1 – волнистость; 2 – ровная полоса; 3 – коробоватость.



Рис. 4.14. Изменение максимальных тангенциальных напряжений на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от плоскостности. 1 – волнистость; 2 – ровная полоса; 3 – коробоватость.

Несмотря на то, что выпуклость полосы оказывает сильнейшее воздействие на НДС рулона при смотке, влияние выпуклости полосы на ТС в процессе охлаждения рулона соизмеримо с влиянием натяжения (рис. 4.15). Это связано с тем, что уменьшение зазора с уменьшением выпуклости вне зоны контакта соседних витков компенсируется ростом зазора между соседними витками В зоне плотного прижатия из-за уменьшения межвиткового давления. Из-за этого снижение выпуклости приводит не только к росту скорости охлаждения (примерно на 1 час), но и росту неравномерности температуры по сечению рулона (примерно на 5°С).



Рис. 4.15. Максимальная (а), минимальная (б) температуры и разница между ними (в) в сечении рулона в процессе охлаждения в зависимости от выпуклости сматываемой полосы.

За счет перераспределения напряжений по ширине полосы выпуклость полосы оказывает сильное воздействие на НДС рулона в процессе охлаждения (рис. 4.16).



Рис. 4.16. Максимальная (а), минимальная (б) температуры и разница между ними (в) в сечении рулона в процессе охлаждения в зависимости от выпуклости сматываемой полосы.

4.5 Моделирование изменения плоскостности полосы в процессе смотки и охлаждения рулона

Из анализа факторов, определяющих процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении рулона (рис. 4.17) следует, что математическая
модель данного процесса должна в себя включать модели: НДС рулона при смотке (см. главу 2), ТС рулона в процессе охлаждения (см. главу 3.1), НДС рулона в процессе охлаждения (см. главу 4.2) и деформации по механизму ползучести (см. главу 1.5).



Рис. 4.17. Факторы, определяющие процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении рулона

Исследование динамики процесса ползучести находится вне цели и задач данной работы и поэтому не рассматривается. Производится сравнение полного изменения плоскостности полосы при смотке и охлаждении рулона. Процесс ползучести при температуре менее 500°C почти полностью останавливается, а после 400°C не происходит вовсе. Поэтому при более низких температурах расчет формоизменения полосы производить нецелесообразно.

Изменение неплоскостности полосы обеспечивается неравномерностью действующих тангенциальных напряжений по ширине рулона. Из-за того, что витки плотно прилегают друг к другу только в центре рулона тангенциальные напряжения воздействуют на продольную деформацию так же только в центре полосы. Из распределения тангенциальных напряжений по толщине рулона следует, что интенсивно процесс формоизменения при смотке и охлаждении рулона может протекать достаточно интенсивно только на наружных и внутренних витках. Наиболее полно процесс изменения плоскостности полосы при смотке и охлаждении рулона характеризуется на наружном и внутреннем витках.

Расчет формоизменения полосы при смотке и охлаждении рулона осуществляется по следующему алгоритму:

1. Рассчитывается НДС рулона при смотке.

2. Используя результаты расчета НДС определяются межвитковые зазоры в рулоне и теплофизические коэффициенты.

3. Рассчитываются изменение теплового состояния рулона за заданный промежуток времени.

4. Рассчитывается изменение НДС рулона из-за термических перемещений в процессе охлаждения за заданный промежуток времени.

5. Рассчитывается величина пластической деформации по механизму ползучести за заданный промежуток времени и суммируется с величиной накопленной пластической деформации по механизму ползучести за предыдущие промежутки времени.

6. Определяется максимальная температура в рулоне. Если температура меньше 400°С то расчет заканчивается. Если максимальная температура в рулоне больше 400°С, то возвращается на п.2.

Формирующийся на наружных и внутренних витках неплоскостность значительно отличается. Это объясняется тем, что в процессе смотки и охлаждения на наружных и внутренних витках действуют тангенциальные Ha напряжения различного знака. наружных витках формируется коробоватость, формируется а на внутренних витках волнистость. Рассмотрим изменение плоскостности полосы при смотке и охлаждении рулона в зависимости от различных факторов.

Шероховатость. Несмотря на то, что шероховатость сильно влияет на НДС и ТС рулона, из рис. 4.18 видно, что величина шероховатости практически не оказывает влияния на изменение плоскостности полосы. Как отмечалось выше, это происходит из-за возникновения обратной связи. Снижение шероховатости напряжений с ростом компенсируется увеличением напряжений с ростом неравномерности температуры. Так же замедление скорости охлаждения с ростом шероховатости так же интенсифицируют процесс ползучести, что приводит к большему изменению неплоскотсности полосы с большей шероховатости несмотря на меньший уровень тангенциальных напряжений.



Рис. 4.18. Изменение плоскостности на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от шероховатости полосы.

Натяжение при смотке. Натяжение крайне интенсивно воздействует на формоизменение полосы при смотке и охлаждении рулона (рис. 4.19). Рост натяжения приводит к росту плоскостности полосы и на наружном и на внутреннем витках рулона.



Рис. 4.19. Изменение плоскостности на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от натяжения полосы при смотке.

Неплоскостность полосы. Влияние неплоскостности полосы на процесс формоизменения при смотке и охлаждении представлено на рис. 4.20. Вид неплоскостности практически не влияет на процесс формоизменения на наружном витке. Но на внутреннем витке коробоватость полосы интенсифицирует процесс формоизменения.



Рис. 4.20. Изменение плоскостности на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от вида неплоскостности полосы при смотке. 1 – волнистость; 2 – ровная полоса; 3 – коробоватость.

Для сравнительной оценки значимости процесса формоизменения полосы при смотке и охлаждении на рис. 4.21. представлена сумма неплоскотсности исходной полосы и сформированной в процессе формоизменения. Исходная коробоватость усиливается на наружных витках и в значительной степени устраняется на внутренних витках. Исходная волнистость усиливается на наружных и устраняется на внутренних.



Рис. 4.21. Суммарная неплоскостность коробоватой (а) и волнистой (б) полос. 1 – исходная неплоскостность; 2 – наружный виток; 3 – внутренний виток.

Выпуклость профиля поперечного сечения полосы. За счет перераспределения напряжений по ширине, выпуклость полосы оказывает сильное воздействие на процесс формоизменения, особенно на наружных витках рулона (рис. 4.22). При изменении выпуклости профиля поперечного сечения полосы с 30 мкм до 10 мкм, коробоватость полосы на наружных витках снижается с 50 IU до 40 IU.



Рис. 4.22. Изменение плоскостности на наружном (а) и внутреннем (б) витках в процессе охлаждения рулона в зависимости от выпуклости сматываемой полосы.

4.6 Проверка модели изменения плоскостности полосы в процессе смотки и охлаждения рулона

Результаты расчетов по модели формоизменения полосы в процессе смотки и охлаждения рулона верифицированы на основе сравнения с измерениями неплоскостности на многофункциональном приборе RM-312 и неплоскостности в холодном состоянии. Неоднозначность соотношения между величинами IU и амплитуда/период неплоскостности делает корреляционный анализ количественных показателей измеренных величин неплоскостности полосы недостоверным. Поэтому сравнение проводилось по качественному показателю – вид неплоскостности.

Вид неплоскостности полосы для измерений на многофункциональном приборе RM-312 определялся по следующим пороговым значениям: волнистость (< -10 IU); коробоватость (> 10 IU); ровная полоса (между -10 IU и \leq 10 IU). При измерении плоскостности в холодном состоянии полоса считалась плоской при амплитуде неплоскостности меньше 5 мм.

Сравнение проводилось для 60 полос толщиной 2,5 мм, шириной 1280 мм, длиной от 957 м до 981 м и из марки стали 08Ю на начальном, центральном и концевом участках. Результаты сравнения представлены в таблице 12.

Таблица 12. Сравнение измерений на RM-312 и результатов расчета с неплоскостностью измеренной в холодном состоянии

Измерено	Измерено на RM-312				Теоретический расчет				
В Холодном состоянии		головной участок	центральный участок	концевой участок		головной участок	центральный участок	концевой участок	
волна	волна	41,7%	0,0%	0,0%	волна	61,7%	0,0%	0,0%	
	ровная	3,3%	0,0%	3,3%	ровная	0,0%	0,0%	0,0%	
	короб	16,7%	0,0%	0,0%	короб	0,0%	0,0%	3,3%	
ровная	волна	0,0%	3,3%	5,0%	волна	25,0%	3,3%	0,0%	
	ровная	0,0%	21,7%	1,7%	ровная	3,3%	25,0%	1,7%	
	короб	33,3%	10,0%	0,0%	короб	5,0%	6,7%	5,0%	
короб	волна	0,0%	0,0%	8,3%	волна	0,0%	0,0%	0,0%	
	ровная	0,0%	63,3%	73,3%	ровная	1,7%	63,3%	0,0%	
	короб	5,0%	1,7%	8,3%	короб	3,3%	1,7%	90,0%	
Итого		46,7%	23,3%	10,0%		68,3%	26,7%	91,7%	

Точность на концевых участках полосы значительно выше чем в центральной части. Это связано с тем, что в методике не учитывается воздействие на плоскостность ускоренного охлаждения на отводящем рольганге. Однако, точность прогноза плоскостности на концевых участках (до 92%) является достаточной для использования её в производственном процессе.

4.7. Выводы по данной главе

1. Разработана и проверена на адекватность модель НДС и ТС горячекатаной полосы в процессе охлаждения. В модели учитывается образование и изменение межвитковых зазоров при смотке и охлаждении неплоской, шероховатой и выпуклой полосы.

2. Разработана модель формоизменения полосы в процессе смотки и охлаждения рулона. Модель верифицирована путем сопоставления расчетного и фактического вида неплоскостности. Точность прогноза вида неплоскостности составляет 62%, на концевых участках полосы до 92%.

3. Ha основе работы [179] разработана модель изменения процессе плоскостности полосы В смотки И охлаждения рулона горячекатаной стали. Исследовано влияние выпуклости, шероховатости, выпуклости и натяжения при смотке полосы в рулон на процесс формоизменения при смотке и охлаждении.

4. Шероховатость сильно влияет на НДС и ТС рулона. Однако из-за того, что снижение напряжений с ростом шероховатости компенсируется увеличением напряжений с ростом неравномерности температуры из-за снижения радиальной теплопроводности процесс формоизменения полосы практически не зависит от величины шероховатости полосы.

5. Вид неплоскостности практически не влияет на процесс формоизменения на наружном витке. Но на внутреннем витке коробоватость полосы интенсифицирует процесс формоизменения. 6. Натяжение при смотке оказывает не такое сильное воздействие на ТС рулона как шероховатость полосы. Однако натяжение оказывает чрезвычайно сильное воздействие на НДС рулона и как следствие на процесс формоизменения.

7. Влияние выпуклости полосы на ТС в процессе охлаждения рулона соизмеримо с влиянием натяжения. За счет перераспределения напряжений по ширине выпуклость полосы оказывает сильнейшее воздействие на НДС рулона при охлаждении и процесс формоизменения, особенно на наружных витках.

5. Улучшение производственного процесса за счет учета процесса формоизменения при смотке и охлаждении рулона

5.1. Возможность управления плоскостностью горячекатаной полосы с учетом формоизменения при смотке и охлаждении рулона в текущих условиях ПАО «НЛМК»

Как показано в четверной главе, формоизменение полосы при смотке и охлаждении значимо воздействует на плоскостность. Для ровной полосы на выходе чистовой группы клетей стана горячей прокатки любое последующее воздействие на плоскостность является негативным. Поэтому процент выхода металла, соответствующего наиболее жестким требованиям по плоскостности ограничен, в том числе и воздействием процесса смотки и охлаждения рулона.

Во второй и четвертой главах настоящей работы определены факторы, определяющие формоизменение полосы при смотке и охлаждении рулона. Это выпуклость поперечного сечения, неплоскостность и режим натяжения при смотке полосы. Для управления процессом формоизменения полосы необходимо отдельно исследовать данные факторы.

Выпуклость поперечного сечения полосы оказывает наиболее значимое воздействие на процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении рулона. Поэтому проведем наиболее детальный анализ выпуклости поперечного сечения горячекатаных полос, произведенных на непрерывном широкополосном стане горячей прокатки 2000 ПАО «НЛМК».

Наблюдается большая вариативность выпуклости профиля поперечного сечения полосы. В таблице 13 представлены статистические показатели выпуклости профиля поперечного сечения полосы. Выбраны сортаментные группы за период с 01.01.2016 по 30.06.2017 с количеством рулонов больше 1000 штук. На рисунках 5.1-5.6 представлено распределение

155

выпуклости профиля поперечного сечения для наиболее характерных сортаментных групп, красным выделена целевая уставка.

Таблица 13. Параметры выпуклости профиля поперечного сечения основных сортаментных групп на непрерывном широкополосном стане горячей прокатки 2000 ПАО «НЛМК»

С	Параметры выпуклости профиля							
				поперечного сечения				
марка стали	<u>ширина</u> 1055	<u>голщина</u>	<u>Кол-во</u> 10770	<u>заданныи</u>	Среднее	min 6	max	
<u>0304Д</u>	1033	2,30	10770	30	20,67	0	54	4,30
080	1293	2,50	10230 5621	25	20,12	13	54	4,35
0810	1293	2,30	5545	33	39,15	24 5	54	4,00
93A	1055	2,50	5545	30	29,01) 10	54	4,19
08Ю	1280	2,50	5550	30	34,08	18	02 50	4,18
08Ю	1270	2,30	5450	30	35,85	21	50	5,87
0202	1025	2,20	4464	30	36,31	14	62	6,03
Стзеп	1500	4,00	4044	45	48,50	11	94	9,91
08Ю	1277	3,90	3968	35	39,00	10	80	/,51
08пс	1265	1,55	3337	25	33,30	13	56	6,73
СтЗсп	1250	3,00	3288	40	43,48	7	82	8,31
08пс	1265	3,20	3133	35	39,04	11	82	6,13
08Ю	1280	2,30	3087	30	33,70	17	53	3,93
08Ю	1277	2,50	3019	35	38,41	21	63	4,19
Ст3сп	1250	2,00	2888	40	35,94	10	67	7,17
Ст3сп	1500	10,00	2705	55	57,45	4	278	11,82
08Ю	1270	2,50	2588	30	33,70	9	55	4,02
Ст3сп	1500	8,00	2539	55	62,34	2	155	17,38
08Ю	1278	3,90	2534	35	38,64	13	74	6,81
Ст3сп	1500	6,00	2474	45	55,29	3	121	13,87
Ст3сп	1500	5,00	2464	45	53,08	1	119	12,64
08пс	1265	3,50	2458	35	39,74	6	82	7,07
Ст2пс	1185	3,00	2430	40	42,17	17	60	4,56
08Ю	1280	2,70	2349	35	37,23	9	52	4,07
St 22	1014	2,00	2276	40	34,50	8	57	7,44
08Ю	1277	3,50	2192	35	38,72	7	78	6,53
08пс	1265	3,00	2078	35	38,24	15	88	5,61
08Ю	1281	2,50	1932	35	38,28	21	52	3,91
ЭЗА	1045	2,50	1920	30	28,83	11	47	4,60
0104	1025	2,20	1915	30	34,08	17	63	6,61
08пс	1314	3.10	1839	35	39.07	3	64	5.07
08Ю	1270	2.00	1739	30	32.88	15	51	4.47
08пс	1324	2.06	1719	25	30.95	16	59	5.83
0504Л	1045	2.50	1567	30	29.06	14	74	4.49
08Ю	1280	2.70	1515	30	33.47	12	56	4.40
St 22	1214	2.00	1362	40	40.71	18	60	4 85
0211	1295	2,00	1296	30	32.47	20	50	4 10
08Ю	1290	2,20	1293	30	32,17	17	48	4 67
St 22	1250	2,00	1295	45	43 59	25	59	5 41
St 22	1015	2,00	1260	40	36.05	15	52	6.53
Ст2пе	1250	1 75	1265	30	39.58	15	62	7 38
0202	1180	2 20	1251	30	37.01	17	58	671
0202	1285	2,20	1251	30	33.83	20	55	4 11
0810	1205	2,00	1140	30	33,03	15	55	4,11
0810	1265	4 20	1156	35	30.12	13	70	7 2/
UOIIC	1205	+,20	1150	55	59,15	14	17	7,54



Рис. 5.1. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – 0504Д, толщина – 2.5 мм, ширина – 1055 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 30 мкм.



Рис. 5.2. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – 08Ю, толщина – 2.3 мм, ширина – 1295 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 25 мкм.



Рис. 5.3. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – 08Ю, толщина – 2.5 мм, ширина – 1295 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 35 мкм.



Рис. 5.4. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – 0202, толщина – 2.2 мм, ширина – 1025 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 30 мкм.



Рис. 5.5. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – Ст3сп, толщина – 4 мм, ширина – 1500 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 45 мкм.



Рис. 5.6. Распределение выпуклости для сортамента: марка стали – Ст3сп, толщина – 10 мм, ширина – 1500 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 55 мкм.

Форма профиля характеризуется коэффициентом детерминации профиля, для которого тоже наблюдается большой разброс (таблица 14). Чем ниже коэффициент детерминации, тем сильнее форма профиля отклоняется от параболы. В основном снижение коэффициента детерминации связано с составляющей, появлением ассиметричной локальных утолщений И Как показано ранее, форма профиля оказывает значимое выработок. воздействие на НДС рулона (глава 2.4) и как следствие на процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении.

Таблица 14. Параметры коэффициента детерминации профиля поперечного сечения основных сортаментных групп на непрерывном широкополосном стане горячей прокатки 2000 ПАО «НЛМК»

C	ортаментная	Параметры выпуклости профиля поперечного сечения					
Марка стали	Ширина	Толщина	Кол-во	Среднее	min	max	СКО
0504Д	1055	2,5	10770	0,91	0,38	0,99	0,05
08Ю	1295	2,3	10256	0,93	0,54	0,99	0,03
08Ю	1295	2,5	5631	0,94	0,57	0,98	0,03
ЭЗА	1055	2,5	5545	0,92	0,63	0,99	0,05
08Ю	1280	2,5	5536	0,92	0,22	0,98	0,05
08Ю	1270	2,3	5456	0,93	0,72	0,99	0,03
0202	1025	2,2	4464	0,94	0,54	0,99	0,03
Ст3сп	1500	4	4044	0,85	0,19	0,99	0,19
08Ю	1277	3,9	3968	0,93	0,50	0,98	0,04
08пс	1265	1,55	3337	0,91	0,56	0,98	0,04

C	ntamantuad	Параметры выпуклости					
	эртаментная	профиля поперечного сечения					
Марка стали	Ширина	Толщина	Кол-во	Среднее	min	max	СКО
Ст3сп	1250	3	3288	0,88	0,30	0,99	0,14
08пс	1265	3,2	3133	0,93	0,66	0,98	0,04
08Ю	1280	2,3	3087	0,93	0,39	0,99	0,03
08Ю	1277	2,5	3019	0,93	0,70	0,98	0,03
Ст3сп	1250	2	2888	0,94	0,49	0,99	0,03
Ст3сп	1500	10	2705	0,87	0,22	0,98	0,09
08Ю	1270	2,5	2588	0,91	0,54	0,98	0,04
Ст3сп	1500	8	2539	0,84	0,19	0,99	0,13
08Ю	1278	3,9	2534	0,93	0,44	0,98	0,04
Ст3сп	1500	6	2474	0,84	0,19	0,98	0,14
Ст3сп	1500	5	2464	0,82	0,19	0,98	0,16
08пс	1265	3,5	2458	0,92	0,25	0,98	0,04
Ст2пс	1185	3	2430	0,92	0,70	0,98	0,04
08Ю	1280	2,7	2349	0,94	0,66	0,98	0,03
St 22	1014	2	2276	0,93	0,10	0,99	0,07
08Ю	1277	3,5	2192	0,93	0,48	0,99	0,04
08пс	1265	3	2078	0,93	0,69	0,98	0,03
08Ю	1281	2,5	1932	0,93	0,75	0,98	0,03
ЭЗА	1045	2,5	1920	0,91	0,66	0,99	0,05
0104	1025	2,2	1915	0,91	0,71	0,99	0,04
08пс	1314	3,1	1839	0,94	0,46	0,99	0,04
08Ю	1270	2	1739	0,87	0,60	0,98	0,06
08пс	1324	2,06	1719	0,93	0,71	0,99	0,04
0504Д	1045	2,5	1567	0,90	0,60	0,98	0,06
08Ю	1280	2,7	1515	0,91	0,62	0,98	0,05
St 22	1214	2	1362	0,95	0,76	0,99	0,03
0211	1295	2,2	1296	0,93	0,53	0,98	0,03
08Ю	1290	2	1293	0,85	0,47	0,97	0,05
St 22	1264	2	1286	0,96	0,75	0,99	0,03
St 22	1015	2	1269	0,94	0,59	0,99	0,05
Ст2пс	1250	1,75	1261	0,93	0,78	0,99	0,03
0202	1180	2,2	1251	0,93	0,81	0,99	0,03
08Ю	1285	2	1251	0,91	0,73	0,99	0,05
08пс	1285	2	1160	0,89	0,69	0,97	0,04
08пс	1265	4,2	1156	0,92	0,52	0,99	0,04
08Ю	1279	3,5	1133	0,93	0,48	0,98	0,04
Ст3сп	1250	2,5	1083	0,92	0,51	0,98	0,06
Ст3сп	1250	1,5	1052	0,91	0,55	0,98	0,04
08Ю	1280	2	1042	0,89	0,70	0,99	0,06
0204	1050	2.2	1012	0,93	0,67	0,99	0,04
Ст3сп	1500	12	1011	0,82	0,46	0,97	0,08

Снижение воздействия на плоскостность полосы формоизменения при смотке и охлаждении рулона возможно за счет снижения величины выпуклости поперечного сечения полосы (глава 4.5). Но при снижении величины выпуклости начинает снижаться величина (рис. 5.7 – 5.9) и растет разброс (рис. 5.10) коэффициента детерминации растет. Рост ассиметричной составляющей, локальных утолщений и выработок при росте коэффициента детерминации уменьшает технологичность горячекатаного проката при дальнейшей обработке: растет выход несоответствующей продукции увеличивается вероятность уводов полосы в линии агрегатов, повышается вероятность дефектов смотки, растет сквозной расходный коэффициент. Включение системы автоматического управления сдвижкой рабочих валков (PFC) увеличивает величину и снижает разброс коэффициента детерминации профиля (рис. 5.11). Однако это не уменьшает разброс выпуклости профиля поперечного сечения.



Рис. 5.7. Связь между коэффициентом детерминации и выпуклостью профиля поперечного сечения для сортамента: марка стали – 0504Д, толщина – 2.5 мм, ширина – 1055 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 30 мкм.



Рис. 5.8. Связь между коэффициентом детерминации и выпуклостью профиля поперечного сечения для сортамента: марка стали – 08Ю, толщина – 2.3 мм, ширина – 1295 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 25 мкм.



Рис. 5.9. Связь между коэффициентом детерминации и выпуклостью профиля поперечного сечения для сортамента: марка стали – СтЗсп, толщина – 10 мм, ширина – 1500 мм, целевая уставка на величину выпуклости – 55 мкм.



Рис. 5.10. Разброс коэффициента детерминации для различных величин выпуклости профиля поперечного сечения для сортамента: марка стали – СтЗсп, толщина – 10 мм, ширина – 1500 мм, целевая уставка выпуклости – 55 мкм.



Рис. 5.11. Связь между коэффициентом детерминации и выпуклостью профиля при включенной и выключенной системе PSC для сортамента: марка стали – Ст3сп, толщина – 4 мм, ширина – 1500 мм, целевая уставка выпуклости – 45 мкм.

Неплоскостность полосы оказывает незначительное воздействие на НДС (см. раздел 2.6) и ТС рулона, однако именно через неплоскостность возможно компенсировать воздействие смотки и охлаждения, создав в чистовой группе клетей противоположную по величине неплоскостность. Но вариативность величины и формы выпуклости профиля поперечного сечения полосы исключает возможность превентивного воздействие на процесс формоизменения при смотке и охлаждении через уставку на плоскостность в чистовой группе клетей.

Снижение вариативности профиля при дальнейшем совершенствовании технологии горячей прокатки в чистовой группе клетей позволит реализовать технологию компенсации формоизменения при смотке и охлаждении через воздействие на плоскостность полосы в чистовой группе.

Для обеспечения требуемого качества поверхности полосы режим натяжений при смотке определен в зависимости от марки стали, толщины и температуры смотки полосы (приложение Д). Воздействие на процесс формоизменения полосы через режим натяжений при смотке может ухудшить качество поверхности горячекатаного проката. Поэтому, для использования натяжения при смотке в системе управления плоскостностью требуется проведение дополнительных исследований, направленных на изучение допустимого диапазона изменения натяжения, внутри которого не происходит ухудшения качества горячекатаной полосы.

Все значимые параметры, определяющие процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении, являются неуправляемыми. Наиболее влияющий фактор, выпуклость профиля поперечного сечения полосы, имеет большой разброс. Натяжение полосы является фиксированной величиной. Создавать компенсационную неплоскостность полосы не представляется возможным из-за вариативности выпуклости профиля поперечного сечения. В совокупности это не позволяет управлять процессом формоизменения полосы при смотке и охлаждении. Однако, разработанная модель позволяет

165

очередь позволяет уменьшить издержки потребителей горячекатаного подката. Рассмотрим подробно издержки потребителей и пути их снижения за счет прогнозирования плоскостности горячекатаной полосы в холодном состоянии.

5.2. Снижение непроизводственных потерь в ЦДС ПАО «НЛМК» за счет учета формоизменения при смотке и охлаждении рулона

Схема производства ПАО «НЛМК» представлена на рис. 5.12. На схеме красным отмечены цех горячей прокатки (ЦГП) и цех динамной стали (ЦДС), являющиеся объектом исследования данной работы. Весь поступающий подкат из ЦГП в ЦДС до 2014 года включительно обрабатывался на агрегатах подготовки горячекатаных рулонов (АПг/кР) №1 и №2.

Назначение АПг/кР – обрезка переднего и заднего концов полосы, сварка полос встык, обрезка боковых кромок и укрупнение рулонов. В цехе установлены два агрегата. Размеры исходных рулонов: диаметр внутренний 850 мм; диаметр наружный 1050 - 2300 мм. Размеры исходных полос: толщина 1.6 - 3.5 мм; ширина 750-1250 мм. Масса рулона: 3.5-30 т. Максимальная скорость разматывания - 300 м/мин, заправочная скорость 30 м/мин. Максимальное 3.0 натяжение при разматывании -TC. Максимальное натяжение при смотке 4.5 тс. Вид сварки полос - стыковая, плавящимся электродом с последующей зачисткой и отжигом сварного шва. Время нагрева кромок полосы перед обрезкой (рулон 30 т) до 80°С - около 45 мин. Производительность одного агрегата 240000 т/год. Последовательность операций: подогрев кромок в проходной печи; подача рулона на разматыватель; обрезка переднего и заднего концов полосы гильотинными ножницами; обрезка кромок дисковыми ножами; вырезание дефектных участков; укрупнение рулонов с помощью стыкосварочной машины; подача полосы на моталку.



Рис. 5.12. Схема производства ПАО «НЛМК»

С целью снижения себестоимости продукции ЦДС в 2015 году начал реализовываться комплекс мероприятий, который позволил часть горячекатаного подката обрабатывать без подрезки кромки на АПг/кР. В свою очередь, это позволило обрабатывать часть подката минуя АПг/кР (красные стрелки на рис. 5.13).



Рис. 5.13. Часть технологической цепочки ЦДС

Обработка металла в ЦДС без АПг/кР приводит к появлению рисков и потерь связанных критической величиной неплоскостности на концевых участках:

- При обработке г/к полос с критической величиной неплоскостности на концевых участках (амплитуда более 30 мм при обработке на АН и амплитуда более 40 мм при обработке на НТА) увеличивается выход брака: при сбоях в стыкосварочной машине; при уводах в накопителях; износ транспортных роликов и щеточных валов.

- Критическая неплоскостность на концевых участках полосы при обработке в линии НТА приводит к образованию дефектов: «рваная кромка», «перетрав» и «недотрав», которые приводят к порывам полос и внеплановым перевалкам рабочих и опорных валков.

Потери ЦДС от неплоскостности горячекатаного проката в целом представлены на рис. 5.14.



Рис. 5.14. Потери потребителей от неплоскостности г/к полосы

Для проверки концевых участков полосы необходима обработка полос без операции подрезки кромки на АПг/кР и как следствие: потери на концевую обрезь (удаления «языка»); затраты электроэнергии И энергоресурсов на работу агрегата; износ транспортных роликов. Если фактическая плоскостность заранее известна на концевых участках горячекатаной полосы, то часть потерь устраняется за счет задачи рулонов с удовлетворительной плоскостностью на НТА и АН без обработки на АПг/кР.



Рис. 5.15. Многофункциональный измерительный прибор RM-312.



Рис. 5.16. Место установки RM-312 на стане 2000 (черная стрелка).

Для измерения плоскостности горячекатаной полосы используется многофункциональный измерительный прибор RM-312 (рис. 5.15). Прибор установлен на выходе чистовой группы клетей стана 2000 (рис. 5.16). Измеряется симметричная и ассиметричная составляющие неравномерности вытяжек по ширине полосы. Прибор аттестован и регулярно поверяется. Точность измерений ±3 IU.

Но, для оценки фактической плоскостности оставшей полосы измерения RM-312 не могут быть использованы, т.к. наблюдается низкая сходимость измерений плоскостности на RM-312 и в холодном состоянии в ЦДС. Сходимость качественной оценки неплоскостности по её виду наблюдается только в 27% случаев. Неоднозначность соотношения между величинами IU и амплитуда/период неплоскостности делает корреляционный анализ количественных показателей измеренных величин неплоскостности полосы недостоверным.

Причины несоответствия измерений плоскостности на RM-312:

- искажение плоскостности под воздействием натяжения центральной части полосы на отводящем рольганге;

 продольная пластическая деформация полосы при ускоренном охлаждении на отводящем рольганге под действием неравномерных по ширине: натяжения, фазовых и термических напряжений;

 деформация наружных витков рулона из-за перераспределения натяжения по ширине полосы под действием выпуклости поперечного профиля уже смотанных витков;

- неравномерная по ширине деформация ползучести под воздействием высокой температуры и внутренних напряжений в смотанном рулоне при охлаждении.

Для оценки фактической неплоскостности и снижению производственных потерь на основе результатов исследований, представленных в главах 2 и 4, выработаны рекомендации по критическим величинам выпуклости профиля поперечного сечения, симметричной и

171

асимметричной составляющих неплоскостности, при превышении которых изменяется маршрут обработки рулона, что позволило увеличить долю металла без обработки на АПг/кР с 44% до 66% и снизить расходный коэффициент на агрегате нормализации с 1,013 т/т до 1,009 т/т.

По результатам проведенных исследований были внесены изменения в «Регламент по предъявлению несоответствующей продукции и отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР-1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2, ПДС», утвержденного 20.02.2015 (приложение Е). и «Классификатора дефектов ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющего осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР» от 14.10.2016 позволило уменьшить количество рулонов, обрабатываемых без АПг/кР ЦДС рулонов с необрезной кромкой с 44% (январь-октябрь 2016 г.) до 66% (ноябрь-декабрь 2016 г.) без увеличения производственных потерь на НТА ЦДС (приложение Ж).

5.3. Выводы по данной главе

1. Все значимые параметры, определяющие процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении, являются неуправляемыми. Наиболее влияющий фактор, выпуклость профиля поперечного сечения полосы, имеет большой разброс. Натяжение полосы является фиксированной величиной. Создавать компенсационную неплоскостность полосы не представляется возможным из-за вариативности выпуклости профиля поперечного сечения. В совокупности это не позволяет управлять процессом формоизменения полосы при смотке и охлаждении.

2. Для оценки фактической неплоскостности и снижению производственных потерь на основе результатов исследований, представленных в главах 2 и 4, выработаны рекомендации по критическим величинам выпуклости профиля поперечного сечения, симметричной и

асимметричной составляющих неплоскостности, при превышении которых изменяется маршрут обработки рулона, что позволило увеличить долю металла без обработки на АПг/кР с 44% до 66% и снизить расходный коэффициент на агрегате нормализации с 1,013 т/т до 1,009 т/т.

6. Основные выводы

1. Разработаны математические модели НДС и ТС рулона, учитывающие шероховатость, выпуклость и неплоскостность сматываемой полосы. Разработана модель изменения плоскостности полосы в процессе смотки и охлаждения рулона горячекатаной стали.

2. Проверена адекватность разработанных математических моделей. Модель НДС руло-на проверена по косвенному параметру: ширина зоны плотной смотки. Ширина расчетной зоны плотной смотки в среднем отличается примерно на 3% от измеренной, что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели. Модель TC рулона проверена по фактическим измерениям температуры. Средняя погрешность равна 2,2°С.

3. На основе результатов математического моделирования НДС рулона определена абсолютная величина натяжения, толщина и величина гильзового натяжения, обеспечивающие устойчивость рулонов после обработки на агрегате полимерных покрытий №3 ЦДС. Это свидетельствует о том, что слоистая математическая модель НДС рулона может быть использована для решения широкого круга задач.

4. Выявлено значительное влияние выпуклости полосы на величину максимальных тангенциальных и радиальных напряжений в смотанном рулоне. При чечевицеобразном профиле +30 мкм рост напряжений составляет 330%. Это связано с уменьшением зоны плотного прижатия витков в рулоне и концентрацией силы натяжения в зоне максимальной выпуклости полосы. Величина максимальных тангенциальных и радиальных напряжений зависит как от величины выпуклости, так и от формы профиля поперечного сечения полосы, что объясняется влиянием формы профиля на величину зоны плотной смотки. При этом выпуклость полосы в зоне плотной смотки примерно одинакова для различных величин выпуклости и формы профиля. Влияние выпуклости полосы на ТС в процессе охлаждения рулона

соизмеримо с влиянием натяжения. За счет перераспределения напряжений по ширине выпуклость полосы оказывает сильнейшее воздействие на НДС рулона при охлаждении и процесс формоизменения, особенно на наружных витках.

5. При увеличении шероховатости полосы, сжимающие напряжения на внутренних витках значительно уменьшаются. Также растягивающие напряжения при большей шероховатости начинают быстрее убывать по мере движения от внешних витков к центру рулона, что приводит к уменьшению зоны растягивающих напряжений на внешних витках. Данный эффект является следствием амортизирующего влияния шероховатости. Однако изза того, что снижение напряжений с ростом шероховатости компенсируется увеличением напряжений с ростом неравномерности температуры из-за снижения радиальной теплопроводности процесс формоизменения полосы практически не зависит от величины шероховатости полосы.

6 Максимальная величина радиальных напряжений практически не зависит от величины и вида неплоскостности. В случае смотки коробоватой полосы в рулон: увеличивается зона плотной смотки, особенно на внутренних витках; увеличиваются тангенциальные напряжения на внутренних витках; уменьшаются тангенциальные напряжения на наружных витках. В случае смотки волнистой полосы в рулон: уменьшаются тангенциальные напряжения внутренних на витках; увеличиваются тангенциальные напряжения на наружных витках. Вид неплоскостности практически не влияет на процесс формоизменения на наружном витке. Но на внутреннем витке коробоватость полосы интенсифицирует процесс формоизменения.

7. Натяжение при смотке оказывает не такое сильное воздействие на ТС рулона как шероховатость полосы. Однако натяжение оказывает чрезвычайно сильное воздействие на НДС рулона и как следствие на процесс формоизменения.

175

8. Все значимые параметры, определяющие процесс формоизменения полосы при смотке и охлаждении, являются практически неуправляемыми. Наиболее влияющий фактор, профиль полосы, варьируется в большом диапазоне значений. В совокупности это не позволяет управлять процессом формоизменения полосы при смотке и охлаждении. Однако, разработанная модель позволяет прогнозировать плоскостность полосы в холодном состоянии, что в свою очередь позволяет уменьшить издержки потребителей горячекатаного подката.

Библиографический список

1. Железнов Ю.Д. Прокатка ровных листов и полос. М.: Металлургия, 1971. – 200 с.

2. Luo De-huan. Self-integration practice of automatic system revamping project of Baosteel 1580 mm hot rolling mill. // Met. Ind. Autom. 2015. Vol. 39, №6. P. 7-13.

3. Ермилов В. В., Лиунов А. Г. Влияние деформационных параметров горячей прокатки на планшетность полосы. // Научно-технический прогресс в черной металлургии: 2 Международная научно-техническая конференция. Череповец: ЧГУ, 2015. С. 172-175.

4. Гарбер Э. А., Мишнев П. А., Шалаевский Д. Л., Палигин Р. Б., Михеева И. А., Болобанова Н. Л. Улучшение плоскостности горячекатаных полос на широкополосных станах с использованием математической модели идентификации неплоскостности по параметрам режима прокатки. // Сборник докладов Международного научно-технического конгресса "ОМД 2014. Фундаментальные проблемы. Инновационные материалы и технологии". М.: ООО "Белый ветер", 2014. Ч.1. С. 342-347.

5. Эпп Юрген Инновации в горячей и холодной правке толстых листов. // Металлург. пр-во и технол. металлург. процессов. 2013. №1. С. 44-47.

6. Nikitenko Eugene. Effect of the backup rolls wear on hot bands flatness and crown. // The Iron and Steel Technology Conference and Exposition (AISTech2014), Indianapolis, Ind., Warrendale (Pa). 2014. Vol. 2. P. 2005-2012.

7. Ogawa Shigeru, Yamada Kenji, Otsuka Takayuki, Inoue Tsuyoshi, Wakatsuki Kunihiko, Sorao Kenji, Takeshita Kochiro, Ikeda Keishiro, Nakagawa Daisuke. Development and realization of set-up and control technology of NSSMC intelligent mill. // Iron and Steel Inst. Jap. 2014. Vol. 19, №12. P. 1490-1498.

8. Fukushima Suguhiro, Washikita Yoshiro, Sasaki Tamotsu, Nakagawa Shigemasa, Buei Yasuhiko, Yakita Yukihiko, Yanagimoto Jun. Mixed scheduled rolling of high tensile strength and mild steel using a high-accuracy profile model

in hot strip finishing mill. // Iron and Steel Inst. Jap. 2014. Vol. 19, №12. P. 1499-1507.

9. Максимов Е. А., Остсемин А. А. Исследование механизма нарушения плоскостности при горячей толстолистовой прокатке. // Сталь. 2015. №6. С.27-30.

10. He A.-R., Kong F.-F., Shao J. Novel curved roll contour technology for profile control in hot strip mills. // Ironmak. and Steelmak. 2015. Vol. 42. №1. C. 55-62.

11. Nikitenko E. Efficiency of "secondary" actuators of flatness and crown control in the finishing stands of the hot strip mill. // The Iron and Steel Technology Conference and Exposition: AISTech 2013 Proceedings. Pittsburgh. Pa. Warrendale. 2013. P. 1587-1590.

12. Гарбер Э. А., Мишнев П. А., Шалаевский Д. Л., Палигин Р. Б., Михеева И. А., Болобанова Н. Л. Моделирование и уменьшение неплоскостности полос при горячей прокатке на стадии настройки широкополосного стана. // Пр-во проката. 2014. №3. С. 7-13.

13. Михеева И. А. Комплексная модель идентификации и устранения неплоскостности полос на широкополосном стане горячей прокатки. / Михеева И. А., Шалаевский Д. Л. // Труды конференции молодых ученых и специалистов ФГУП ЦНИИ КМ "Прометей", Санкт-Петербург, 17-19 июня, 2013. СПб. 2014. С. 29-33.

14. Лукшин В. И., Зудов С. П., Гаянов Р. Р., Дерябин Н. С. Увеличение производства листа повышенной плоскостности с применением передовых методов правки. // Сталь. 2013. №3. С. 36-37.

15. Angerbauer A., Haring B., Burger R. Modernization and upgrading of existing plants - a decisive factor in the fields of hot strip mills. // The Iron and Steel Technology Conference and Exposition (AISTech 2008). Pittsburgh. Pa. Warrendale. AIST. 2008. P. 725-733.

16. Шейхи Ш., Ангербауэр А., Вупперман К.-Д. Развитие производства плоского стального проката. // Чер. мет. 2010. №1. С. 30-37.

17. Салганик В. М., Полецков П. П., Кухта Ю. Б., Егорова Л. Г. Управление качеством горячекатаного проката по профилю и плоскостности на базе использования автоматизированной системы. // Вест. МГТУ (Магнитогорск). 2010. №1. С. 59-62.

Гарбер Э. А., Хлопотин М. В., Савиных А. Ф., Трайно А. И.
Взаимодействие валков и полосы на широкополосном стане горячей прокатки. // Сталь. 2008. №3. С. 51-53.

19. Гарбер Э. А., Хлопотин М. В., Савиных А. Ф., Кожевников А. В., Голованов А. В., Смирнов В. С. Промышленные испытания усовершенствованных профилировок рабочих валков на широкополосном стане горячей прокатки. // Пр-во проката. 2008. №4. С. 18-22.

20. Салганик В. М., Полецков П. П., Кухта Ю. Б. Алгоритмы и программный продукт "Профиль 2500" для прогнозирования и оценки профиля, плоскостности горячекатаных полос и состояния опорных валков стана 2500 горячей прокатки. // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2008. №7. С. 50-54.

21. Cao Jian-guo, Wei Gang-cheng, Zhang Jie, Chen Xian-lin, Zhou Yizhong. VCR and ASR technology for profile and flatness control in hot strip mills. // J. Cent. S. Univ. Technol.: Sci. and Technol. Mining and Met. 2008. Vol. 15. №2. P. 264-270.

22. Салганик В. М., Полецков П. П., Кухта Ю. Б., Кожушков Е. Ю., Казаков О. В. Применение программы "Профиль 2500" для улучшения профиля и плоскостности горячекатаных полос. // Сталь. 2008. №7. С. 63-65.

23. Бельский С.М. Совершенствование технологий формообразования полос и листов на основе развития теории симметричной и асимметричной горячей прокатки: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Институт Цветметобработки. Липецк, 2009.

24. Элерт Д. Технологическая модель для станов горячей прокатки. / Элерт Д., Джепсен О., Шнайдер Г. / Черная металургия. 2014, №1. С. 38-44.

25. Zhang Guomin, Zhu Haihua, Chen Longfu Thermal profile of work roll during strip hot rolling. // Baosteel Techn. Res.. 2012. 6, №4. C. 41-43.

26. Илюшин М. В. Повышение производительности стана горячей прокатки за счет использования межклетевого охлаждения. // Сборник тезисов докладов научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета, Липецк, 2012. Ч. 1. Липецк. 2012. С. 72-73. Рус.

27. Ehlert Detlef, Jepsen Olaf, Schneider Gregor Prozessmodell fur Warmwalzwerke. // Stahl und Eisen. 2013. 133, №8. c. 37-42, 44

28. Полецков П. П. Разработка профилировок валков широкополосных станов горячей прокатки. // Металлург. 2011, №8. С. 57-61.

29. Kawalek Anna, Dyja Henryk, Knapinski Marcin Asymmetric process of plate rolling analysis. // Solid State Phenom.. 2010, №165. C. 79-84.

30. Kawalek A., Dyja H., Knapinski M., Banaszek G. Analysis of the energy and force parameters during normalizing rolling of plates on the finishing mill. // Современные металлические материалы и технологии (СММТ - 2009): Труды Международной научно-технической конференции, Санкт-Петербург, 24-26 июня, 2009. СПб: СПбГПУ. 2009. С. 239-250.

31. Полецков П. П., Кожушков Е. Ю., Кухта Ю. Б. Программноаналитическая система "Профиль 2500". // Материалы 66 Научнотехнической конференции, Магнитогорск, 2008: Сборник докладов. Т. 2. Магнитогорск: МГТУ. 2008. С. 130-132.

32. Zhao Ningtao, Cao Jianguo, Zhang Jie, Su Yi, Yan Tanli, Rao Kefeng Work roll thermal contour prediction model of nonoriented electrical steel sheets in hot strip mills. // J. Univ. Sci. and Technol. Beijing. 2008. 15, №3. C. 352-356.

33. Журавлев Б. К., Браунштейн О. Е., Громов В. Е. Способы прокатки листов на чистовой клети трио Лаута с целью улучшения их планшетности. Металлургия: новые технологии, управление, инновации и качество: Труды Всероссийской научно-практической конференции, Новокузнецк, 3-6 окт., 2006. Новокузнецк: Сиб. гос. индустр. ун-т. 2006, с. 156-159. Рус.
34. Xu Guang, Liu Xianjun, Zhao Jiarong, Xiong Junwei Analysis of CVC roll contour and determination of roll crown. // J. Univ. Sci. and Technol. Beijing. 2007. 14, №4. C. 378-380.

35. Хольцмюллер Г. Комплексное определение геометрических параметров толстого листа. // Чер. мет.. 2007, №6. С. 58-61.

36. Kawalek A., Banaszek G., Dyja H. Evaluation of the effect of asymmetrical rolling on the geometry and flatness of an experimental lot of hot rolled sheets. // Интеллект. системы в пр-ве. 2005, №1. С. 172-177.

37. Lin Yuyang Zhao. Anshan Iron and Steel Corp. Model for control of strip shape on the 1780 mm HSM at Anshan Iron and Steel Corp. // Steel Times Int. 2004. 28. №6. C. 22-28.

38. Campos A. M., Garcia D. F., De Abajo N., Gonzalez J. A. Real-time rule-based control of the thermal crown of work rolls installed in hot strip mills. // IEEE Trans. Ind. Appl.. 2004. 40, №2. C. 642-649.

39. Райншке Й. У., Шмид Ф., Ламп Х., Миеле М. Новая система контроля профиля и плоскостности полосы для стана горячей прокатки. // Чер. мет.. 2004, №7-8, С. 43-49.

40. Borchers Jorg, Antoine Claus-Peter. Measurement technology for enhancing high-end product quality and process stability. // MPT Int. 2004. 27, №5. C. 34-44.

41. Шаталов Р. Л. Обеспечение устойчивости процесса прокатки полос. // Пр-во проката. 2004, №9. С. 27-31.

42. Салганик В. М., Полецков П. П., Соловьев А. Г., Синицкий О. В., Литяйкина Ю. Б. Повышение плоскостности широких полос на стане 2500 горячей прокатки Магнитогорского металлургического комбината в условиях преимущественного производства узких. // Чер. металлургия. 2004, №9. С. 32-35.

43. Нийхьюс Т., Сейлингер А., Кирнер Т., Джумлия Г. Примеры инновационных разработок фирмы VAI в области технологии горячей прокатки. // Чер. мет.. 2005, №7-8. С. 129-136.

44. Reinshcke Johannes, Schmid Friedemann, Lamp Hans, Miele Marco Commissioning a new profile and flatness control system at EKO Stahl's hot strip mill. // METEC Congress'03: 3 European Rolling Conference, Dusseldorf, 16-20 June, 2003: Proceedings. Dusseldorf: Stahlinst. VDEh. 2003. C. 269-274.

45. Auzinger D., Djumlija G., Nijhuis T., Seilinger A., Widder M. Superior strip profile and flatness in hot-strip-mills with advanced technology packages. Emphasizing "SmartCrown" technology. // METEC Congress'03: 3 European Rolling Conference, Dusseldorf, 16-20 June, 2003: Proceedings. Dusseldorf: Stahlinst. VDEh. 2003. C. 275-281.

46. Tissot F., Baulaigue O., Teyssier H., Lyvinec J., Lavaure T., Lasserre R., Rochette J., Chazal J. P., Souchon J., Maillard S., Philippaux V. Crown control on FOS hot strip mill. // METEC Congress'03: 3 European Rolling Conference, Dusseldorf, 16-20 June, 2003: Proceedings. Dusseldorf: Stahlinst. VDEh. 2003. C. 282-285.

47. Kong Xiangwei, Ye Hezhou, Xu Jianzhong, Wang Guodong, Ba Liying Моделирование управления разнотолщинностью и плоскостностью при горячей прокатке полос. Off-line simulation of PFC for hot rolling strip. J. Mater. Sci. and Technol. (China). 2003. 19, N 5, c. 502-504, 4 ил.. Библ. 9. Англ.

48. Салганик В. М., Литяйкина Ю. Б., Синицкий О. В., Полецков П. П. Улучшение поперечного профиля полос, получаемых на широкополосном стане горячей прокатки, в условиях большого сортамента по ширине. // Моделирование и развитие технологических процессов: Сборник научных трудов. Магнитог. гос. техн. ун-т. Магнитогорск: Изд-во МГТУ. 2004. С. 10-18. Рус.

49. Reinschke Johannes U., Schmid Friedemann, Lamp Hans, Miele Marco. Novel profile and flatness control system for hot strip mills. // Stahl und Eisen. 2004. 124, №2. C. 53-58.

50. Салганик В. М., Полецков П. П., Соловьев А. Г., Синицкий О. В., Литякина Ю. Б. Повышение плоскостности широких полос на стане 2500 горячей прокатки ММК в условиях преимущественного производства узких. // Труды 5 Конгресса прокатчиков, Череповец, 21-24 окт., 2003. М.: Черметинформация. 2004. С. 48-51.

51. Базайкин В. И., Браунштейн О. Е., Журавлев Б. К., Громов В. Е. Оценка напряжений при прокатке листа в конических валках. // Труды 4 Конгресса прокатчиков, Магнитогорск, 16-19 окт., 2001. Т. 1. М.: ОАО "Черметинформация". 2002. С. 106-108.

52. Кушнарев А. В., Файзулина Р. В., Черкасский Р. И., Молева О. Н. Механизм образования локальной неплоскостности в виде дефекта "местный короб" ("пузырь") на жести. Обработка сплошных и слоистых материалов: // Межвузовский сборник научных трудов. Магнитогор. гос. техн. ун-т. Магнитогорск: Изд-во МГТУ. 2001. С. 109-112.

53. Seilinger A., Mayrhofer A., Kainz A. SmartCrown - a new system for improved profile & flatness control in strip mills. // Steel Times Int.. 2002. 26, №10. C. 11-12.

54. Джелали М., Мюллер У., Вольфф А., Унгерер В., Факкерт Р. Применение прогрессивных систем регулирования для лучшего использования технических возможностей агрегатов. // Чер. мет.. 2003, №1. С. 22-26.

55. Auzinger D., Djumlija G., Nijhuis T., Seilinger A., Widder M., Posch G., Peer L. Strip profile and flatness in HSM with advanced packages. // Steel Times Int. 2003. 27, №4. C. 32-34.

56. Jelali Mohieddine, Muller Ulrich, Wolff Andreas, Ungerer Walter Advanced control strategies for rolling mills. // MPT Int.. 2001. 24, №3. C. 54-56.

57. He Anrui, Zhang Jie, Zhang Chen, Zhang Qingdong, Wei Gangcheng, Huang Siqing. Thermal behaviors of work roll in finishing trains of hot rolling. // J. Univ. Sci. and Technol. Beijing. 2001. 8, №1. C. 59-62.

58. Салганик В. М., Полецков П. П., Омельченко Б. Я. Моделирование и совершенствование четырехвалковых систем. // Труды 4 Конгресса прокатчиков, Магнитогорск, 16-19 окт., 2001. Т. 1. М.: ОАО "Черметинформация". 2002. С. 152-155.

59. Yamada Nobuo, Kitahama Masanori, Nikaido Hideyuki. Ultra-thin hot rolled strip. Kawasaki Steel Techn. Rept. 2000, №42. C. 1-7.

60. Бодров В. В., Багаутдинов Р. М., Батурин А. А., Важенин А. А., Смышляев С. И. Системы управления профилем полосы на станах горячей прокатки. // Гидромеханика, гидромашины, гидропривод и гидропневмоавтоматика: Сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф., посвящ. 40-летию каф. "Гидравл. и гидропневмосистемы" Юж.-Урал. гос. ун-та, Челябинск, 26-27 окт., 1999. Челябинск. 1999. С. 51-52.

61. Beckman T. New accelerated cooling technology for plate mills. // MPT Int.. 1999. 22, N 5, c. 90-92. Англ.

62. Myers R. J. Martin, La Mair Martijn, Book Jos J. The operation of dynamic shaperoll® (DSR®) technology in a steel hot strip mill. // Int. Conf. New Dev. Met. Process Technol., Dusseldorf, June 13-15, 1999: Proc. Dusseldorf: Ver. Dtsch. Eisenhuttenleute (VDEh). 1999. C. 229.

63. Чернов П. А., Долматов А. П., Тищенко А. Д., Пименов А. Ф., Шамрин А. В., Рындин В. А. Эффективность системы управления профилем и плоскостностью на непрерывном широкополосном стане 2000 горячей прокатки. // Пр-во проката. 2001, №1. С. 21-28.

64. Lee P. J., Raudensky M., Horsky J. Development of accelerated cooling for new plate mill. // Ironmak. and Steelmak. 2013.Vol. 40. №8. P. 598-604.

65. Cho Hoon-Hwe, Cho Yi-Gil, Kim Dong-Wan, Kim Se-Jong, Lee Won-Beom, Han Heung Nam. Finite element investigation for edge wave prediction in hot rolled steel during run out table cooling. // ISIJ Int. 2014. Vol. 54. №7. P. 1646-1652.

66. Wang Guodong. Control of the shape and the strip technique uniform cooling. // Shanghai Metals. 2007. Vol. 29. №6. P. 1-5.

67. Пат. 19758466 Германия. Planheits-Regelungssystem fur Metallband. / Winter Detlef, Degner Michael, Thiemann Gerd, Muller Ulrich, Peuker Gustav, Peuker Gustav, Sonnenschein Detlef. Опубл. 15.10.1998.

68. Патент РФ №2004122098/02, 21.11.2002 Матиес Андреас, Шмидт Дирк, Хорн Герхард, Демель Роман. Способ контролируемой правки и охлаждения широкой металлической полосы, преимущественно стальной полосы или стального листа, выходящей из стана горячей прокатки, и устройство для контролируемой правки и охлаждения широкой металлической полосы, преимущественно стальной полосы или стального листа, выходящей из стана горячей прокатки. // Патент России №2307718. 2007. Бюл. №28.

69. Патент РФ №93013962/02, 17.03.1993 Карагодин Н.Н., Смирнов П.Н., Ошеверов И.И., Краснов С.Г., Белохонов В.В., Петренко А.В. Способ горячей прокатки полос. // Патент России №2120481. 1998. Бюл. №29.

70. Пат. 10131850 Германия. Dunnbandhaspel mit PlanheitsmeSSrolle./ Armenat Jurgen, Braun Martin, Grosshardt Klaus Jurgen. Опубл. 23.01.2003.

71. Патент РФ №2004102685/02, 27.10.2006. Браун Мартин, Арменат Юрген, Гроссхардт Клаус-Юрген. Моталка для тонких полос с роликом для измерения плоскостности. // Патент России №2286222. 2006. Бюл. №30.

72. Пат. 19903926 Германия. Verfahren und Anlage zum Umformen von Metallband./ Seidel Jurgen. Опубл. 03.08.2000.

73. Патент РФ №2010116170/02, 22.09.2008 Матвайс Дитрих, Рихтер Ханс-Петер, Павельски Хартмут Способ и устройство для намотки металлических полос на оправку // Патент России №2391167. 2010. Бюл. №10.06

74. Патент РФ №2010145143/02, 19.03.2009 Моллисон Эндрю, Пэйсли Филип Способ и устройство для регулируемого охлаждения // Патент России №2490082. 2013. Бюл. №20.08

75. Патент РФ №2011142291/02, 19.03.2010 Ван Юн Устройство поршневого типа для ламинарного охлаждения // Патент России №2491142.
2013. Бюл. №27.08

76. Патент РФ №2011142312/02, 22.03.2010 Ван Юн Устройство плунжерного типа для ламинарного охлаждения // Патент России №2491143.
2013. Бюл. №27.08

77. Wang Xiaodong, Yang Quan, He Anrui. Calculation of thermal stress affecting strip flatness change during run-out table cooling in hot steel strip rolling. // J. Mater. Process. Technol. 2008. Vol. 207. №1-3. P.130-146.

78. Sun Kewen, He Anrui, Yang Quan, Zhang Qingdong, Zhao Lin, Guo Xiaobo Compensating control tactics flatness in the hot rolling mills. // Univ. Sci. and Technol. Beijing. 2004. Vol. 26. №5. P.545-547.

79. Бахтин А.С. Устранение причин образования дефекта «рулонная кривизна» на электротехнической изотропной стали. // Современные материалы, техника и технологии. 2015. № 2 (2). С. 204-207.

80. Бельский С.М. Расстояния между линиями «перегибов» на поверхности горячекатаных полос при разматывании в линии непрерывно травильного агрегата. // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 7-1. С. 48-53.

81. Соколов Б.К., Драгошанский Ю.Н., Матвеева В.С., Цырлин М.Б., Минеев Ф.В., Пужевич Р.Б. Неоднородность магнитных свойств анизотропной электротехнической стали и особенности дислокационных структур. // Дефектоскопия. 2004. № 11. С. 69-78.

82. Scholtz E., Craig I. K., Pistorius P. C. Modelling for control of a Steckel hot rolling mill. // ISIJ Int. 2000. Vol. 40. №10. P. 1003-1012.

83. Muller Ulrich, Krambeer Hagen, Wolff Andreas, Viella Adrian Espina, Richardson Andrew D., Pera Jan-Olov, Luoto Past, Weber Wolfram. Optimization of final plate flatness by set-up coordination for subsequent manufacturing processes. // Stahl und Eisen. 2014. Vol. 134. №5. P.41-51.

84. U. Müller, A. Wolff, S. Peregrina, L. Ema Díez, K. Tokmakov, M. Karlberg, B. Brolund, M. Gladh, D. F. Garcia Flatness set-up in hot strip mills tailored to the demands of next step processes and final customers. Final report. //

VDEh-Betriebsforschungsinstitut. GmbH Sohnstrasse 65, 40237 Düsseldorf, Germany. 2012. P.124.

85. Мазур В.Л., Ноговицын А.В. Теория и технология тонколистовой прокатки (численный анализ и технические приложения). – Днепропетровск: PBA «Дніпро-VAL», 2010. – 500 с.

86. Мазур В.Л. Особенности технологии производства рулонной холоднокатаной стали. // Сталь. 2011. №9. С.29-34.

87. Мазур В. Л. Причины возникновения и способы предупреждения перегибов (изломов) тонколистовой стали. // Сталь. 2015. №12. С. 21-28

88. Приходько И.Ю., Чернов П.П., Тимошенко В.И., Акишин В.В. Исследование влияния режимов смотки и отжига полос на условия слипания (сваривания) витков рулона // Труды 5 Конгресса прокатчиков, Череповец, 21-24 окт., 2003. М.: Черметинформация. 2004. С. 152-155.

89. Приходько И. Ю., Чернов П. П., Тимошенко В. И., Акишин В. В. Оптимизация температурного и напряженно-деформированного состояния рулонов в ходе холодной прокатки и отжига в колпаковых печах с помощью компьютерного моделирования. // Труды 5 Конгресса прокатчиков, Череповец, 21-24 окт., 2003. М.: Черметинформация. 2004. С. 124-127.

90. Ларин Ю. И., Мухин Ю. А., Шкатов В. В., Лукин А. С., Авцынов В. Н. Разработка математических моделей формирования свойств и режимов рекристаллизационного отжига раскисленных алюминием низкоуглеродистых сталей в колпаковых печах. Ч. 2. // Пр-во проката. 2006, №11, с. 31-35.

91. Ларин Ю. И., Мухин Ю. А., Шкатов В. В., Лукин А. С., Авцынов В. H. (ОАО "Новолипецкий металлургический комбинат"). Разработка формирования свойств математических моделей режимов И рекристаллизационного отжига раскисленных алюминием низкоуглеродистых сталей в колпаковых печах. Ч. 3. // Пр-во проката. 2006, №12, c. 12-15.

92. Авцынов В. Н. Совершенствование технологии холодной прокатки и термообработки автолистовой стали с использованием математического моделирования: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Москва, 2006.

93. Божков А. И., Настич В. П., Чернов П. П., Титов Е. В., Складчиков В. М., Синельников В. Н. Улучшение качества поверхности холоднокатаных полос. Сообщ. 2. // Пр-во проката. 2003, №3, с. 9-15.

94. Мухин Ю. А., Соловьев В. Н., Бахаев К. В., Авцынов В. Н. Анализ напряжений в рулоне при термообработке в колпаковых печах. // Международная научно-техническая конференция "Теория и технология процессов пластической деформации - 2004", Москва, 26-27 окт., 2004: Тезисы докладов: К 85-летию научной школы МИСиС по обработке металлов давлением. М.: МИСиС. 2004, с. 50-51.

95. СПОСОБ НАМОТКИ ХОЛОДНОКАТАНЫХ ПОЛОС В РУЛОН Божков А.И., Титов Е.В., Настич В.П., Чернов П.П., Кукарцев В.М., Ракитин С.А., Складчиков В.М. патент на изобретение RUS 2212296 15.06.2001

96. СПОСОБ НАМОТКИ ХОЛОДНОКАТАНОЙ ПОЛОСЫ В РУЛОН Мухин Ю.А., Долматов А.П., Бахаев К.В., Пименов В.А., Рубанов В.П., Шалахов С.Г., Авцынов В.Н., Трайно А.И. патент на изобретение RUS 2323055 03.04.2006

97. СПОСОБ СМОТКИ В РУЛОН ХОЛОДНОКАТАНОЙ ПОЛОСЫ И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ЕГО ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ Хабибулин Д.М., Аникеев С.Н., Платов С.И. патент на изобретение RUS 2222400 21.08.2002

98. СПОСОБ ПРОИЗВОДСТВА РУЛОННОГО ПОЛОСОВОГО ПРОКАТА Приходько И.Ю., Скороходов В.Н., Настич В.П., Чернов П.П., Акишин В.В., Парсенюк Е.А., Тимошенко В.И., Долматов А.П., Синельников В.Н., Рубанов В.П. патент на изобретение RUS 2236917 08.09.2003

99. СПОСОБ НАМОТКИ ХОЛОДНОКАТАНОЙ ПОЛОСЫ Степаненко В.В., Павлов С.И., Ламухин А.М., Веселков Г.В., Антонов В.Ю.,

Горелик П.Б., Рослякова Н.Е., Трайно А.И. патент на изобретение RUS 2242311 13.05.2003

100. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – К.: Наукова думка. – 1970. – 307 с.

101. Мамышев А.В., Формирование микрогеометрии полосы и ее влияние на напряженно-деформированное состояние рулона и качество поверхности листа. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Липецк: 1993. 104 с.

102. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.

103. Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функций. М.: Наука, 1971. 288 с.

104. Антонов В.И. Начальные напряжения в анизотропном цилиндре, образованном намоткой // Вестник МГСУ №4 2010. С. 29-33.

105. Антонов В.И. Метод определения начальных напряжений в рулоне при нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями // Вестник МГСУ №4 2010. С. 177-180.

106. Антонов В.И. Напряжения в рулоне при дополнительном натяжении ленты // Вестник МГСУ №10 2013. С. 24-29.

107. Усов С.В., Мещеряков В.Н. Математическое моделирование процесса намотки тонкой стальной полосы в рулон // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 10. ч.2. 2014. №4 2010. с. 157-162.

108. Мазур В.Л. Производство листа с высококачественной поверхностью. – Киев: Техника, 1982 – 166 с.

109. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхности (теоретико-вероятностный подход) – М.: Наука, 1975 – 344 с.

110. Ашихмин Г.В., Ирошников С.А. Формирование профиля образующей рулона при намотке полосы. // Производство проката №9. 2002.
 с.14-17.

111. Ашихмин Г.В., Ирошников С.А. Взаимосвязь распределения продольных напряжений по ширине полосы в рулоне и профиля его образующей. // Производство проката №10. 2002. с.16-22.

112. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 1975. 654 с.

113. Чащин В.В., Куклев А.В. Основные направления повышения эффективности горячей полосовой прокатки за счет технологии регулируемого охлаждения рулонов (РОР): // Труды десятого конгресса прокатчиков (г. Липецк, 14-16 апр. 2015 г.). Т.1. - Липецк: Новолипецкий печатный дом, 2015. С. 27-33.

114. Чащин В.В. Комплексный подход к поддержанию температурного режима на непрерывных станах горячей прокатки. // Металлург. 2011. № 4. С. 53-57.

115. Чащин В.В. Регулируемое охлаждение рулонов из конструкционной высокоуглеродистой и легированной стали. // Сталь. 2010. № 2. С. 39.

116. Чащин В.В. Регулируемое охлаждение рулонов - важный фактор энергосбережения в технологии горячей полосовой прокатки. // Металлург. 2009. № 8. С. 65-69.

117. Чащин В.В., Капитанов В.А., Попов Е.С. Использование температурной математической модели при разработке технологии регулируемого охлаждения горячекатаной полосы в рулоне. // Производство проката. 2008. № 8. С. 17-23.

118. Чашин В.В., Куклев А.В., Попов Е.С., Славов В.И. Регулируемое охлаждение полосы в рулоне - ответственный этап формирования тонкой структуры стали. // Сталь. 2007. № 3. С. 79-82.

119. Чашин В.В. Концептуальная общность технологий регулируемого охлаждения рулонов и литейно-прокатного комплекса. // Производство проката. 2005. № 12. С. 13-16.

120. Чашин В.В., Попов Е.С., Куклев А.В., Топоров С.С., Капитанов В.А, Манюров Ш.Б. Совершенствование технологии регулируемого охлаждения горячекатаных рулонов ответственного назначения. // Производство проката. 2005. № 12. С. 13-16.

121. Лисин В.С., Твердохлебова Е.В., Савченко В.С. Расчет нагрева и охлаждения рулонов с различной плотностью смотки. // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1996. №11. С.42-45.

122. Study of the radial direction temperature change law of the coil and control strategy in ultra-fast cooling / Zhen-lei Li, Guo Yuan, Yi Han et al. // Metallurgical Research Technology. 2015. 112. № 106. C. 1–12.

123. Макаров Е.В. Разработка технологических режимов горячей прокатки стальных полос с применением систем принудительного охлаждения: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Липецк, 2012.

124. Марочник сталей и сплавов / Под ред. А.С. Зубченко. М.: Машиностроение, 2003. 784 с.

125. Стали и сплавы. Марочник: Справочник / Под ред. В.Г. Сорокина, М.А. Гервасьева. М.: Интермет Инжиниринг, 2001. 608 с.

126. Шишков М.М. Марочник сталей и сплавов: справочник. Донецк, 2000. 456 с.

127. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник / Под ред. Б.Е. Неймарк. М.-Л.: Энергия, 1967. 240 с.

128. Масленков С.Б., Масленкова Е.А. Стали и сплавы для высоких температур: справочник. В 2-х кн. Кн. 1. М.: Металлургия, 1991. 383 с.

129. Теплотехнический справочник. В 2-х т. Т. 2 / Под ред. В.Н. Юренева, П.Д. Лебедева. М.: Энергия, 1976. 896 с.

130. ASM handbook. In 21 Volumes. Vol. 1. Properties and selection: irons, steels, and high-performance alloys. USA: ASM International, 1990. 2521 p.

131. Свойства элементов. В 2-х ч. Ч. 1. Физические свойства. Справочник / Под ред. Г.В. Самсонова. М.: Металлургия, 1976. 600 с. 132.Полные коэффициенты теплообмена2хсреддляраспространенных комбинаций жидкостей и поверхностей теплопередачичерезтонкуюстенкуURL:http://tehtab.ru/Guide/GuidePhysics/GuidePhysicsHeatAndTemperature/ConvectionHeatTransfer1/OverallHeatTransferCoefficients/(Дата обращения:10.08.2016).

133. Горшков Ю.Ф., Усенко В.И., Макаренко В.Л. Теплофизические свойства плотносмотанных рулонов ленты // Сталь. – 1977. – № 4. – С. 373–374.

134. Мазур В.Л., Биба Н.В., Костяков В.В. Напряженнодеформированное состояние рулонов горячекатаных полос. Сообщение 1 // Известия вузов. Черная металлургия. – 1983. – № 3. – С. 60–63.

135. Мазур В.Л., Биба Н.В., Костяков В.В. Напряженно– деформированное состояние рулонов горячекатаных полос. Сообщение 2 // Известия вузов. Черная металлургия. – 1983. – № 5. – С. 73–77.

136. Исследование деформации горизонтально расположенных рулонов / В.В. Костяков, В.Л. Мазур, З.П. Каретный, И.И. Вахрамеев // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 1986. – № 3. – С. 25–26.

137. Мазур В.Л. Нерешенные задачи теории и технологии прокатки // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. Том 5. Пластична деформація металів. – Дніпропетровськ: «Системні технології». – 2002. – С. 33–35.

138. Yu Wei, Lu Xiao-jie, Hang Xu-dong, Chen Yin-li, Xu Yao-wen. Transformation and stress evolution in hot rolled strip coil of X70 pipeline steel in cooling process // Beijing gongye daxue xuebao. 2013. vol. 39. №2. C. 269-274.

139. Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования. 2-е издание, дополненное и переработанное, Казанцев Е.И. М., «Металлургия», 1975.- 368 с.

140. Корзунин Г.С., Пужевич Р.Б., Цырлин М.Б. Влияние механических напряжений на магнитные свойства анизотропной электротехнической стали. // Физика металлов и металловедение. 2007. Т. 103. № 2. С. 147-156.

141. Выпрямляющий отжиг и нанесение электроизоляционного покрытия. ВИЗ-СТАЛЬ. Компания группы НЛМК. URL: http://www.viz-steel.ru/manufacture/manufacture/technology_anisotropic/otjig_electro.

142. Божков А.И. Непрерывный отжиг и плоскостность полос. - М.: "ИНТЕРМЕТ ИНЖИНИРИНГ", 2000. - 128 с.

143. Божков А.И., Чеглов А.Е., Мальцев А.А., Титов Е.В. Изменение плоскостности холоднокатаных полос при непрерывном отжиге. // Производство проката. 1999. № 1. С. 36.

144. Божков А.И., Мальцев А.А., Титов Е.В., Ряскин К.А. Производство полос высокой плоскостности в линии агрегата непрерывного отжига. Сообщение 1. // Производство проката. 2000. № 8. С. 22.

145. Божков А.И., Мальцев А.А., Титов Е.В., Настич И.В. Производство полос высокой плоскостности в линии агрегата непрерывного отжига. Сообщение 2. // Производство проката. 2000. № 9. С. 12.

146. Божков А.И., Мальцев А.А., Титов Е.В. Производство полос высокой плоскостности в линии агрегата непрерывного отжига. Сообщение 3. // Производство проката. 2000. № 10. С. 17.

147. Божков А.И., Мальцев А.А., Настич И.В., Астанков В.И. Производство полос высокой плоскостности в линии АНО. Сообщение 4. // Производство проката. 2000. № 11. С. 15.

148. Божков А.И., Мальцев А.А., Титов Е.В. Производство полос высокой плоскостности в линии АНО. Сообщение 5. // Производство проката. 2000. № 12. С. 4.

149. Настич В.П., Божков А.И., Чернов П.П., Титов Е.В., Складчиков В.М., Синельников В.Н. Улучшение плоскостности полос в технологической линии колпаковых печей. Часть первая. // Производство проката. 2003. № 4. С. 6.

150. Настич В.П., Чернов П.П., Божков А.И., Титов Е.В. Улучшение плоскостности полос в технологической линии колпаковых печей. Часть третья. // Производство проката. 2003. № 6. С. 13.

151. Божков А.И., Губарев В.Я., Дегтев С.С. Улучшение плоскостности полос электротехнических изотропных сталей. Сообщение 1. Исследование температурных полей при непрерывном отжиге. // Производство проката. 2013. № 6. С. 11-19.

152. Божков А.И., Дегтев С.С., Шопин И.И. Улучшение плоскостности полос электротехнических изотропных сталей. Сообщение 2. Построение математической модели формирования плоскостности отожженной полосы. // Производство проката. 2013. № 9. С. 26-31.

153. Божков А.И., Складчиков В.М., Ивлиев С.Н., Дегтев С.С. Научное обоснование и создание систем автоматизации управления качеством продукции листопрокатных цехов предприятий черной металлургии. Сообщение 5. Подсистема управления плоскостностью тонколистового проката // Производство проката. 2015. № 6. С. 30-37.

154. Божков А.И., Складчиков В.М., Ивлиев С.Н., Дегтев С.С. Научное обоснование и создание систем автоматизации управления качеством продукции листопрокатных цехов предприятий черной металлургии. Сообщение 6. Математическое обеспечение подсистемы управления плоскостностью тонколистового проката // Производство проката. 2015. № 7. С. 35-42.

155. Божков А.И., Ивлиев С.Н., Бахтин С.В., Дегтев С.С., Шопин И.И. Улучшение плоскостности полос электротехнических изотропных сталей. Исследование формирования плоскостности полос. // Производство проката. 2015. № 2. С. 3-10.

156. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. М.: ГРФМЛ, 1984. - 600 с.

157. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 753 с.

158. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть. М.: Наука 1970. 224 с.

159. Губкин, С. И. Теория течения металлического вещества / С.И. Губкин.– М.: ОНТИ, 1935. – 234с.

160. Ровинский, Б.М. Влияние термомеханической обработки на релаксационную стойкость сталей и сплавов // Известия ОТН АН СССР. – 1954. – №2. – С. 67.

161. Одинг И. А., Алешкин Ф. И. Исследования жаропрочных сталей и сплавов. М.: Наука. – 1964. – № 9 – С. 63.

162. Коттрелл, А. Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах.М.: Металлургиздат, 1958. – 390с.

163. Петропавловская З. И., Щенкова В. А. Релаксационная стойкость в металлах и сплавах // Труды ЦНИИТМАШ. – 1964. –№45. – С. 29.

164. Курдюмов Г.В., Травина Н.Т. Проблемы металловедения и физики металлов (ЦНИИЧМ). – М.: Металлургиздат, 1955. – вып. IV. – 412с.

165. Мак Лин. Механические свойства металлов. М.: Металлургия, 1965. – 426с.

166. Лютцау, В. Г., Ровинский Б. М. Методы изучения релаксационной стойкости // Заводская лаборатория. – 1957. – №9. – С. 61.

167. Гинцбург Я. С. Релаксация напряжений в металлах. – М.: Машгиз, 1957. – 361с.

168. Никитина, Л. П. Новый метод изучения релаксационной стойкости // Заводская лаборатория. – 1963. – №11. – С. 148.

169. Гинцбург Я. С. Релаксация напряжений в металлах. М.: Машгиз, 1957. – 361с.

170. Бернштейн М. Л. Термомеханическая обработка стали. М.: Металлургия, 1968. – 568с

171. Красильников А. А. Релаксационные явления в металлах и сплавах. М.: Металлургиздат, 1963. – 354с.

172. Гинцбург Я. С. Ограниченная ползучесть деталей машин. М.: Машиностроение, 1968. – 249с.

173. Тишин О.А., Ахрамеев А.Ф., Володин Д.С. Модель Максвелла с учетом структурных изменений в деформируемом вязкоупругом теле. // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2010. Т. 3. № 1 (61). С. 92-95.

174. Карташов Э.М. Обобщенная модель теплового удара вязкоупругих тел на основе линейных реологических моделей Максвелла и кельвина. // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 2. С. 272-283.

175. Арутюнян Р.А., Бражникова Н.В. Механика деформационного старенияпо моделям Максвелла и Кельвина—Фойхта. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2006. № 4. С. 79-85.

176. Богомолов В.А., Жданюк В.Й.К., Богомолов С.В. Общий подход к решению линейных, трехмерных, вязкоупругих обобщенных моделей Максвелла.

177. Бажанова Н.С., Коссович Л.Ю., Сухоловская М.С. Нестационарные волны в вязкоупругих оболочках: модель Максвелла. // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2000. № 2. С. 17-24.

178. Имомназаров Х.Х. Совмещенная математическая модель уравнений Максвелла с уравнениями упруго-пористых сред. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 2001

179. Andrzej Milenina, Piotr Kustraa, Roman Kuziakb, Maciej Pietrzyk. Model of residual stresses in hot-rolled sheets with taking into account relaxation process and phase transformation. // 11th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2014, 19-24 October 2014, Nagoya Congress Center, Nagoya, Japan. Procedia Engineering. Vol. 81. 2014. P. 108-113.

180. Шинкин В.Н. Теоретическая механика для металлургов. Учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Металлургия»/ В.Н. Шинкин; М-во образования и науки РФ, Федеральное гос. авт. образовательное учреждение высшего проф. образования «Нац. исследовательский технологический ун-т «МИСиС». Москва, 2012.

181. Шинкин, В.Н. Сопротивление материалов. Простые и сложные виды деформаций в металлургии. Курс лекций : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям Металлургия и Физическое материаловедение / В. Н. Шинкин. Москва, 2008. Сер. № 1232 Государственный технологический университет Московский институт стали и сплавов (МИСиС), Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов/ Федеральное агентство по образованию.

182. Шинкин В.Н., Коликов А.П., Мокроусов В.И. Расчет максимальных напряжений в стенке трубы при экспандировании с учетом остаточных напряжений заготовки после трубоформовочного пресса SMS MEER// Производство проката. 2012. № 7. С. 25-29.

183. Шинкин В.Н., Коликов А.П. Моделирование процессов экспандирования и гидроиспытания труб большого диаметра для магистральных трубопроводов// Производство проката. 2011. №7. С. 12-19.

184. Shinkin V.N., Kolikov A.P. Simulation of the shaping of blanks for large-diameter pipe// Steel in Translation. 2011. T. 41. №1. P. 61-66.

185. Шинкин, В.Н., Коликов А.П. Формовка листовой заготовки в кромкогибочном прессе и условие возникновения гофра при производстве труб магистральных трубопроводов// Производство проката. 2011. № 4. С. 14-22.

186. Шинкин, В.Н. Математическое моделирование процессов производства труб большого диаметра для магистральных трубопроводов// Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. Т. 4. № 4 (62). С. 69-74.

187. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей // М.: «Наука», 1972. – 721 с.

Справка

по сопоставлению величин неплоскостности горячекатаного подката ЭИС, полученных с помощью автоматических систем измерения неплоскостности стана 2000 и измеренные в линии АПг/кР за май, июнь и июль 2015г.

(п.1.1.2 решения Протокола №10 от 17.06.2015г совещания по повышению эффективности производства динамных сталей)

Проведён анализ сопоставления величин неплоскостности горячекатаного подката ЭИС, полученных с помощью автоматических систем измерения неплоскостности стана 2000 и измеренных в линии АПг/кР за май, июнь и июль 2015г. Для определения зависимости расходного коэффициента от неплоскостности металла проведён анализ на металле с необрезной кромкой за май, июнь. июль 2015г, данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Расходный коэффициент и баллы неплоскостности металла с необрезной кромкой обработанного на АПГ/кР в мае, июне и июле 2015г

Май 2015г

Баллы с АПг/кР	Расходный коэффициент	Количество рулонов	Плоскостность сим, ср (SYM)	Плоскостность ассим, ср (ASYM)
5	-	0		
4	-	0		
3	1,0041	190	17,96	19,40
2	1,0033	36	12,4	9,8

Июнь 2015г

Баллы с АПг/кР	Расходный коэффициент	Количество рулонов	Плоскостность сим, ср (SYM)	Плоскостность ассим, ср (ASYM)
5	-	0		
4	1,0074	4	148,25	23
3	1,0035	74	19,84	27,03
2	1,0026	61	15,22	21,23

Июль 2015г

Баллы с АПг/кР	Расходный коэффициент	Количество рулонов	Плоскостность сим, ср (SYM)	Плоскостность ассим, ср (ASYM)
5	-	0		
4	-	0		
3	1,0035	110	12,63	21,82
2	1,0047	74	9,62	24,98
2	1,0035	74	9,62	21,82 24,98

Таблица 2 - Данные о количестве рулонов, баллах неплоскостности и расходном коэффициентах металла ЭИС, обработанных на АПг/кР в июне 2015г (с обрезкой и без обрезки кромок).

Баллы с АПг/кР	Величина	Количество	Расходный
	отклонения от	рулонов	коэффициент
	плоскостности,		
	замеренная на		
	АПг/кР, мм		
5	> 50	2	1,036
4	41-50	25	1,033
3	31-40	603	1,038
2	21-30	237	1,033
		Bcero: 867	

Выводы:

Проведённый анализ показывает:

 Не сходимость результатов замеров величин неплоскостности горячекатаного подката ЭИС, полученных с помощью автоматических систем измерения неплоскостности стана 2000 и измеренные в линии АПг/кР за май, июнь и июль 2015г (табл. 1). Сходимость не может быть получена по причинам:

1.1. На АПг/кР резчик производит измерение максимальной высоты «волны» или «короба» полосы на концевых участках только в одном произвольном месте, которое выбирается самим резчиком, с выключенным натяжением полосы, согласно требованиям ОТ и ПБ. Приборы, установленные в ПГП сразу после последней чистовой клети, измеряют неплоскостность на переднем конце полосы (200м), на заднем конце (бм) без натяжения и показывают отношение фактической длины всего измеренного участка полосы к прямому отрезку, на котором проведены измерения. Таким образом измерения на АПг/кР, произведённые в одном месте полосы, не могут совпадать с измерениями ПГП, которые показывают результат измерений на всей длине переднего участка (200м), заднего участка (бм), а также ещё учитывают шаг неплоскостности.

1.2. Измеренная неплоскостность на АПГ/кР на заднем конце полосы - это неплоскостность рулонной кривизны, которая не может измеряться в ПГП. На АПГ/кР отсутствуют инструменты, позволяющие удалять рулонную кривизну горячекатанных рулонов, которая увеличивает фактическую неплоскостность.

 Из анализа таблиц 1 и 2 следует, что не прослеживается зависимость величины расходного коэффициента от баллов неплоскостности на металле с 2-м, 3-м и 4-м баллах неплоскостности.

Заместитель начальника ПДС по производству подпись С.Н. Ивлиев

Ткачик Е.В. 4-63-13 Лист согласования к справке по сопоставлению величин неплоскостности горячекатаного подката ЭИС, полученных с помощью автоматических систем измерения неплоскостности стана 2000 и измеренные в линии АПг/кР за май, июнь и июль 2015г.

СОГЛАСОВАНО:

№ п/п	Должность	Результат согласования	Инициалы, фамилия
1	Заместитель начальника ПГП по технологии и качеству	согласен	А.А. Ефремов
	07.09.2015F 11:41		

Достоверность данных подтверждаю

Заместитель начальника ПДС по производству подпись С.Н. Ивлиев

Комментарии:

Приложение Б. Уравнения Ляме в относительных координатах

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{(1-x_1^2)x^2} [(x^2 - 1)p_1 x_1^2 - (x^2 - x_1^2)p_0] \\ \sigma_\varphi = \frac{1}{(1-x_1^2)x^2} [(x^2 + 1)p_1 x_1^2 - (x^2 + x_1^2)p_0] \\ \tau_{rz} = 0 \end{cases}$$
(1)

Для свободных концевых участков:

$$\begin{cases} \sigma_z = 0\\ 2Gu = \frac{R}{1 - x_1^2} \left[\frac{1 - \mu}{1 + \mu} (p_1 x_1^2 - p_0) x + (p_1 - p_0) \frac{x_1^2}{x} \right]\\ 2Gw = \frac{2R\mu}{1 + \mu} \frac{p_1 x_1^2 - p_0}{1 - x_1^2} \xi \end{cases}$$
(2)

Для зажатых торцов w = 0:

$$\begin{cases} \sigma_{z} = 2\mu \frac{p_{1}x_{1}^{2}-p_{0}}{1-x_{1}^{2}} \\ 2Gu = \frac{R}{1-x_{1}^{2}} \Big[(1-2\mu)(p_{1}x_{1}^{2}-p_{0})x + (p_{1}-p_{0})\frac{x_{1}^{2}}{x} \Big] \\ w = 0 \\ \frac{r_{0}}{R} = x_{1} \le x \le 1; \ x = \frac{r}{R}; \ -L \le \xi \le L = \frac{1}{R}; \ \xi = \frac{z}{R} \end{cases}$$
(3)

где R – наружный радиус цилиндра, r_0 - внутренний радиус цилиндра, p_1 - внутреннее давление, p_0 – внешнее давление; u – радиальные перемещения; w – торцевые перемещения [102].

Введем обозначения:

r^{*i*}_н – наружный радиус;

r^{*i*}_в – внутренний радиус;

 p_0 – давление на наружном радиусе;

*p*₁ – давление на внутреннем радиусе;

 $\sigma_r^{i_{\rm H}} = -p_0$ – напряжение на наружном радиусе;

 $\sigma_r^{i_{\rm B}} = -p_1^{-}$ напряжение на внутреннем радиусе;

G – модуль сдвига;

Е – модуль упругости;

ν – коэффициент Пуассона;

h – толщина цилиндра;

l – длина цилиндра

*u*_в – перемещения на внутренней поверхности;

*u*_н – перемещения на наружной поверхности;

Т – сила натяжения в толстостенном цилиндре;

$$x_1 = \frac{r_{\rm B}^l}{r_{\rm H}^l} \tag{1}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \ E = 2G(1+\nu)$$
(2)

Радиальные напряжения:

$$\sigma_r = \frac{1}{(1-x_1^2)x^2} [(x^2 - 1)p_1 x_1^2 - (x^2 - x_1^2)p_0]$$
(3)

$$\sigma_r = \frac{(x^2 - 1)p_1 x_1^2}{(1 - x_1^2)x^2} - \frac{(x^2 - x_1^2)p_0}{(1 - x_1^2)x^2}$$
(4)

$$\sigma_r = \left[\frac{x^2}{(1-x_1^2)x^2} - \frac{1}{(1-x_1^2)x^2}\right] p_1 x_1^2 - \left[\frac{x^2}{(1-x_1^2)x^2} - \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2}\right] p_0 \tag{5}$$

$$\sigma_r = \left[\frac{x_1^2}{(1-x_1^2)} - \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2}\right] p_1 + \left[\frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} - \frac{1}{(1-x_1^2)}\right] p_0 \tag{6}$$

$$-\sigma_r = \left[\frac{x_1^2}{(1-x_1^2)} - \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2}\right]\sigma_r^{i_{\rm B}} + \left[\frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} - \frac{1}{(1-x_1^2)}\right]\sigma_r^{i_{\rm H}}$$
(7)

Тангенциальные напряжения:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{(1-x_1^2)x^2} \left[(x^2 + 1)p_1 x_1^2 - (x^2 + x_1^2)p_0 \right]$$
(8)

$$\sigma_{\varphi} = \frac{(x^2 + 1)x_1^2}{(1 - x_1^2)x^2} p_1 - \frac{(x^2 + x_1^2)}{(1 - x_1^2)x^2} p_0 \tag{9}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{x^2 x_1^2 + x_1^2}{(1 - x_1^2) x^2} p_1 - \frac{(x^2 + x_1^2)}{(1 - x_1^2) x^2} p_0 \tag{10}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{x^2 x_1^2}{(1 - x_1^2) x^2} p_1 + \frac{x_1^2}{(1 - x_1^2) x^2} p_1 - \frac{x^2}{(1 - x_1^2) x^2} p_0 - \frac{x_1^2}{(1 - x_1^2) x^2} p_0$$
(11)

$$\sigma_{\varphi} = \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)} p_1 + \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_1 - \frac{1}{(1-x_1^2)} p_0 - \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_0$$
(12)

Радиальные перемещения:

$$2Gu = \frac{r_{\rm H}^i}{1 - x_1^2} \left[\frac{1 - \nu}{1 + \nu} (p_1 x_1^2 - p_0) x + (p_1 - p_0) \frac{x_1^2}{x} \right]$$
(13)

$$2Gu = \frac{r_{\rm H}^{i}[(1-\nu)(p_1x_1^2-p_0)x^2+(1+\nu)(p_1-p_0)x_1^2]}{x(1-x_1^2)(1+\nu)}$$
(14)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^i}u = \frac{(1-\nu)(p_1x_1^2-p_0)x^2+(1+\nu)(p_1-p_0)x_1^2}{x(1-x_1^2)(1+\nu)}$$
(15)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{(1-\nu)\left(p_{1}x_{1}^{2}x^{2}-p_{0}x^{2}\right)+(1+\nu)\left(p_{1}x_{1}^{2}-p_{0}x_{1}^{2}\right)}{x\left(1-x_{1}^{2}\right)(1+\nu)}$$
(16)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{\left(p_{1}x_{1}^{2}x^{2} - p_{0}x^{2}\right) + \left(p_{1}x_{1}^{2} - p_{0}x_{1}^{2}\right) + \nu\left(p_{1}x_{1}^{2} - p_{0}x_{1}^{2}\right) - \nu\left(p_{1}x_{1}^{2}x^{2} - p_{0}x^{2}\right)}{x\left(1 - x_{1}^{2}\right)(1 + \nu)}$$
(17)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{\left(p_{1}x_{1}^{2}x^{2} - p_{0}x^{2}\right) + \left(p_{1}x_{1}^{2} - p_{0}x_{1}^{2}\right) + \nu\left(p_{1}x_{1}^{2} - p_{0}x_{1}^{2}\right) - \nu\left(p_{1}x_{1}^{2}x^{2} - p_{0}x^{2}\right)}{x\left(1 - x_{1}^{2}\right)(1 + \nu)}$$
(18)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{l}}u = \frac{p_1 x_1^2 x^2 - p_0 x^2 + p_1 x_1^2 - p_0 x_1^2 + \nu (p_1 x_1^2 - p_1 x_1^2 x^2 + p_0 x^2 - p_0 x_1^2)}{x(1 - x_1^2)(1 + \nu)}$$
(19)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{p_1 x_1^2 (x^2+1) - p_0 (x^2+x_1^2) + \nu \left(p_1 x_1^2 (1-x^2) - p_0 (x_1^2-x^2)\right)}{x \left(1-x_1^2\right)(1+\nu)}$$
(20)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{p_{1}x_{1}^{2}(x^{2}+1) - p_{0}(x^{2}+x_{1}^{2}) + \nu(p_{1}x_{1}^{2}(1-x^{2}) - p_{0}(x_{1}^{2}-x^{2}))}{x(1-x_{1}^{2})(1+\nu)}$$
(21)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{p_{1}x_{1}^{2}(x^{2}+1)}{x(1-x_{1}^{2})(1+\nu)} - \frac{p_{0}(x^{2}+x_{1}^{2})}{x(1-x_{1}^{2})(1+\nu)} + \frac{\nu p_{1}x_{1}^{2}(1-x^{2})}{x(1-x_{1}^{2})(1+\nu)} - \frac{\nu p_{0}(x_{1}^{2}-x^{2})}{x(1-x_{1}^{2})(1+\nu)}$$
(22)

$$\frac{2G}{r_{\rm H}^{i}}u = \frac{p_1}{(1+\nu)}\frac{x_1^2(x^2+1)}{x(1-x_1^2)} - \frac{p_0}{(1+\nu)}\frac{(x^2+x_1^2)}{x(1-x_1^2)} + \frac{\nu p_1}{(1+\nu)}\frac{x_1^2(1-x^2)}{x(1-x_1^2)} - \frac{\nu p_0}{(1+\nu)}\frac{(x_1^2-x^2)}{x(1-x_1^2)}$$
(23)

$$\frac{2G(1+\nu)}{r_{\rm H}^{i}}u = p_1 \frac{x_1^2(x^2+1)}{x(1-x_1^2)} + \nu p_1 \frac{x_1^2(1-x^2)}{x(1-x_1^2)} - p_0 \frac{(x^2+x_1^2)}{x(1-x_1^2)} - \nu p_0 \frac{(x_1^2-x^2)}{x(1-x_1^2)}$$
(24)

$$\frac{E}{r_{\rm H}^{l}}u = p_1 \frac{x_1^2(x^2+1)}{x(1-x_1^2)} + \nu p_1 \frac{x_1^2(1-x^2)}{x(1-x_1^2)} - p_0 \frac{(x^2+x_1^2)}{x(1-x_1^2)} - \nu p_0 \frac{(x_1^2-x^2)}{x(1-x_1^2)}$$
(25)

$$\frac{E}{r_{\rm H}^{i}}u = p_1 x_1^2 \left[\frac{(x^2+1)}{x(1-x_1^2)} + \nu \frac{(1-x^2)}{x(1-x_1^2)}\right] - p_0 \left[\frac{(x^2+x_1^2)}{x(1-x_1^2)} + \nu \frac{(x_1^2-x^2)}{x(1-x_1^2)}\right]$$
(26)

$$E(1-x_1^2)x\frac{u}{r_{\rm H}^i} = p_1 x_1^2 [x^2 + 1 + \nu(1-x^2)] - p_0 [x^2 + x_1^2 + \nu(x_1^2 - x^2)]$$
(27)

$$E(1-x_1^2)x\frac{u}{r_{\rm H}^i} = p_1 x_1^2 [x^2 + 1 + \nu(1-x^2)] - p_0 [x^2 + x_1^2 + \nu(x_1^2 - x^2)]$$
(28)

$$E(1 - x_1^2)x\frac{u}{r_{\rm H}^i} = \sigma_r^{i\rm H}[x^2 + x_1^2 + \nu(x_1^2 - x^2)] - \sigma_r^{i\rm B}x_1^2[x^2 + 1 + \nu(1 - x^2)]$$
(29)

Перемещения на внутренней поверхности $x = x_1$:

$$E(1 - x_1^2)x_1 \frac{u_{\rm B}}{r_{\rm H}^i} = \sigma_r^{i_{\rm H}}[x_1^2 + x_1^2 + \nu(x_1^2 - x_1^2)] - \sigma_r^{i_{\rm B}}x_1^2[x_1^2 + 1 + \nu(x_1^2 - x_1^2)] - \sigma_r^{i_{\rm B}}x_1^2[x_1^2 + 1 + \nu(x_1^2 - x_1^2)]$$
(30)

$$E(1-x_1^2)x_1 \frac{u_{\rm B}}{r_{\rm H}^i} = \sigma_r^{i{\rm H}}2x_1^2 - \sigma_r^{i{\rm B}}x_1^2[x_1^2 + 1 + \nu(1-x_1^2)]$$
(31)

Перемещения на наружной поверхности *x* = 1:

$$E(1-x_1^2)\frac{u_{\rm H}}{r_{\rm H}^i} = \sigma_r^{i_{\rm H}}[1+x_1^2+\nu(x_1^2-1)] - \sigma_r^{i_{\rm B}}x_1^2[1+1+\nu(1-1)]$$

(32)

$$E(1-x_1^2)\frac{u_{\rm H}}{r_{\rm H}^i} = \sigma_r^{i{\rm H}}[1+x_1^2+\nu(x_1^2-1)] - \sigma_r^{i{\rm B}}2x_1^2$$
(33)

Найдем силу натяжения Т в толстостенном цилиндре.

Площадь сечения:

$$\int_{x_{1}}^{1} lr_{\rm H}^{i} dx = lr_{\rm H}^{i} (1 - x_{1}) = l \left(r_{\rm H}^{i} - r_{\rm H}^{i} \frac{r_{\rm B}^{i}}{r_{\rm H}^{i}} \right) = l \left(r_{\rm H}^{i} - r_{\rm B}^{i} \right) = lh$$
(34)

Натяжение:

$$T = \int_{x_1}^{1} \sigma_{\varphi} \, lr_{\rm H}^{i} dx = lr_{\rm H}^{i} \int_{x_1}^{1} \sigma_{\varphi} dx \tag{35}$$

$$T/lr_{\rm H}^{i} = \int_{x_1}^{1} \sigma_{\varphi} dx \tag{36}$$

$$\frac{T}{lr_{\rm H}^{i}} = \int_{x_1}^{1} \left[\frac{x_1^2}{(1-x_1^2)} p_1 + \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_1 - \frac{1}{(1-x_1^2)} p_0 - \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_0 \right] dx \tag{37}$$

$$\frac{T}{lr_{\rm H}^{i}} = \int_{x_1}^{1} \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)} p_1 dx + \int_{x_1}^{1} \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_1 dx - \int_{x_1}^{1} \frac{1}{(1-x_1^2)} p_0 dx - \int_{x_1}^{1} \frac{x_1^2}{(1-x_1^2)x^2} p_0 dx$$
(38)

$$\frac{T}{lr_{\rm H}^{i}} = \frac{x_1^2 p_1}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 dx + \frac{x_1^2 p_1}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2} - \frac{p_0}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 dx - \frac{x_1^2 p_0}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2}$$
(39)

$$\frac{T}{l} = \frac{x_1^2 p_1}{(1-x_1^2)} r_{\rm H}^i \int_{x_1}^1 dx + \frac{x_1^2 p_1 r_{\rm H}^i}{(1-x_1^2)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2} - \frac{p_0}{(1-x_1^2)} r_{\rm H}^i \int_{x_1}^1 dx - \frac{x_1^2 p_0 r_{\rm H}^i}{(1-x_1^2)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2}$$
(40)

$$\frac{T}{l} = \frac{x_1^2 p_1}{\left(1 - x_1^2\right)} h - \frac{p_0}{\left(1 - x_1^2\right)} h + \frac{x_1^2 p_1 r_{\rm H}^i}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2} - \frac{x_1^2 p_0 r_{\rm H}^i}{\left(1 - x_1^2\right)} \int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2}$$
(41)

$$\int_{x_1}^1 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}\Big|_{x_1}^1 = -1 + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_1} - 1 = \frac{1 - x_1}{x_1}$$
(42)

$$r_{\rm H}^{i} \frac{1-x_{1}}{x_{1}} = r_{\rm H}^{i} \frac{1-r_{\rm B}^{i}/r_{\rm H}^{i}}{x_{1}} = r_{\rm H}^{i} \frac{r_{\rm H}^{i}/r_{\rm H}^{i} - r_{\rm B}^{i}/r_{\rm H}^{i}}{x_{1}} = r_{\rm H}^{i} \frac{r_{\rm H}^{i}/r_{\rm H}^{i} - r_{\rm B}^{i}/r_{\rm H}^{i}}{x_{1}} = \frac{r_{\rm H}^{i} - r_{\rm B}^{i}}{x_{1}} = \frac{r_{\rm H}^{i} - r_{\rm B}^{i}}$$

$$\frac{T}{l} = \frac{x_1^2 p_1}{\left(1 - x_1^2\right)} h - \frac{p_0}{\left(1 - x_1^2\right)} h + \frac{x_1^2 p_1}{\left(1 - x_1^2\right)} \frac{h}{x_1} - \frac{x_1^2 p_0}{\left(1 - x_1^2\right)} \frac{h}{x_1}$$
(44)

$$\frac{T}{lh} = \frac{x_1^2 p_1}{(1 - x_1^2)} + \frac{x_1 p_1}{(1 - x_1^2)} - \frac{x_1 p_0}{(1 - x_1^2)} - \frac{p_0}{(1 - x_1^2)}$$
(45)

$$\frac{T}{lh} = \frac{p_1}{(1-x_1^2)} [x_1^2 + x_1] - \frac{p_0}{(1-x_1^2)} [x_1 + 1]$$
(46)

$$\frac{T}{lh} = \frac{p_1}{(1-x_1)(1+x_1)} [x_1^2 + x_1] - \frac{p_0}{(1-x_1)(1+x_1)} [x_1 + 1]$$
(47)

$$\frac{T}{lh} = \frac{x_1 \, p_1}{1 - x_1} - \frac{p_0}{1 - x_1} \tag{48}$$

$$\frac{T}{lh} = \frac{x_1 \, p_1 - p_0}{1 - x_1} \tag{49}$$

$$\frac{T}{lh} = \frac{x_1 \, p_1 - p_0}{1 - x_1} \tag{50}$$

$$\frac{T}{lh} = \frac{r_{\rm B}^i p_1 - r_{\rm H}^i p_0}{r_{\rm H}^i - r_{\rm B}^i} \tag{51}$$

$$\frac{T}{lh} = \frac{r_{\rm B}^i p_1 - r_{\rm H}^i p_0}{h} \tag{52}$$

$$T = lr_{\rm H}^i \sigma_r^{i{\rm H}} - lr_{\rm B}^i \sigma_r^{i{\rm B}}$$
⁽⁵³⁾

При $\sigma_r^{i_{\mathrm{H}}} = 0$

$$T = -lr_{\rm B}^{i}\sigma_{r}^{i\rm B} \tag{54}$$

$$\sigma_r^{i_{\rm B}} = -T/lr_{\rm B}^i \tag{55}$$

$$T = \frac{lEu_{\rm B}^{i}}{\left(\frac{2(r_{\rm B}^{i})^{2}}{2r_{\rm B}^{i}h+h^{2}}+1+\mu\right)}$$
(56)

Формулы (31) и (32) образуют систему уравнений в полого цилиндра для перемещений в напряжениях:

$$\begin{cases} \left[\frac{E(1-x_{1}^{2})}{r_{\rm H}^{i}}\right] u_{\rm B} = \left[2x_{1}\right]\sigma_{r}^{i_{\rm H}} + \left[-x_{1}\left[x_{1}^{2}+1+\mu(1-x_{1}^{2})\right]\right]\sigma_{r}^{i_{\rm B}}\\ \left[\frac{E(1-x_{1}^{2})}{r_{\rm H}^{i}}\right] u_{\rm H} = \left[1+x_{1}^{2}+\mu(x_{1}^{2}-1)\right]\sigma_{r}^{i_{\rm H}} + \left[-2x_{1}^{2}\right]\sigma_{r}^{i_{\rm B}} \end{cases}$$
(57)

Для удобства введем обозначения:

$$a_{\rm H} = a_{\rm B} = \left[\frac{E(1-x_1^2)}{R}\right] \tag{58}$$

$$b_{\rm H} = \left[1 + x_1^2 + \mu(x_1^2 - 1)\right] \tag{59}$$

$$b_{\rm B} = [2x_1] \tag{60}$$

$$c_{\rm H} = \left[-2x_1^2\right] \tag{61}$$

$$c_{\rm B} = \left[-x_1 \left[x_1^2 + 1 + \mu (1 - x_1^2) \right] \right] \tag{62}$$

Система уравнений примут вид:

$$\begin{cases} a_{\rm H}u_{\rm H}^{i} = b_{\rm H}\sigma_{r}^{i{\rm H}} + c_{\rm H}\sigma_{r}^{i{\rm B}} \\ a_{\rm B}u_{\rm B}^{i} = b_{\rm B}\sigma_{r}^{i{\rm H}} + c_{\rm B}\sigma_{r}^{i{\rm B}} \end{cases}$$
(63)

Выразим напряжения через перемещения:

$$\frac{a_{\rm H}u_{\rm H}^i - c_{\rm H}\sigma_r^{i\rm B}}{b_{\rm H}} = \sigma_r^{i\rm H} \tag{64}$$

$$a_{\rm B}u_{\rm B}^{i} - a_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}u_{\rm H}^{i} = -c_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}\sigma_{r}^{i\rm B} + c_{\rm B}\sigma_{r}^{i\rm B}$$
(65)

$$a_{\rm B}u_{\rm B}^{i} - a_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}u_{\rm H}^{i} = c_{\rm B}\sigma_{r}^{i\rm B} - c_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}\sigma_{r}^{i\rm B}$$
(66)

$$a_{\rm B}u^i_{\rm B} - a_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}u^i_{\rm H} = \left(c_{\rm B} - c_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}\right)\sigma^{i_{\rm B}}_r \tag{67}$$

$$a_{\rm B}u^i_{\rm B} - a_{\rm H}\frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}}u^i_{\rm H} = \left(\frac{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}}{b_{\rm H}}\right)\sigma^{i_{\rm B}}_r \tag{68}$$

$$a_{\rm B} \frac{b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm B}^{i} - a_{\rm H} \frac{b_{\rm B}}{b_{\rm H}} \frac{b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm H}^{i} = \sigma_{r}^{i\rm B}$$
(69)

$$\frac{a_{\rm B}b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H}-c_{\rm H}b_{\rm B}}u_{\rm B}^{i} - \frac{a_{\rm H}b_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H}-c_{\rm H}b_{\rm B}}u_{\rm H}^{i} = \sigma_{r}^{i\rm B}$$
(70)

$$\frac{a_{\rm H}}{b_{\rm H}}u_{\rm H}^{i} - \frac{c_{\rm H}}{b_{\rm H}}\sigma_{r}^{i{\rm B}} = \sigma_{r}^{i{\rm H}} \tag{71}$$

$$\frac{a_{\rm H}}{b_{\rm H}}u_{\rm H}^{i} - \frac{c_{\rm H}}{b_{\rm H}} \left(\frac{a_{\rm B}b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm B}^{i} - \frac{a_{\rm H}b_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm H}^{i} \right) = \sigma_r^{i_{\rm H}}$$
(72)

$$\frac{a_{\rm H}c_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H}-c_{\rm H}b_{\rm B}}u_{\rm H}^{i} - \frac{c_{\rm H}a_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H}-c_{\rm H}b_{\rm B}}u_{\rm B}^{i} = \sigma_{r}^{i\rm H}$$
(73)

Получим систему уравнений в перемещениях:

$$\begin{cases} \sigma_{r}^{i_{\rm H}} = \frac{a_{\rm H}c_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm H}^{i} - \frac{c_{\rm H}a_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm B}^{i} \\ \sigma_{r}^{i_{\rm B}} = \frac{a_{\rm B}b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm B}^{i} - \frac{a_{\rm H}b_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} u_{\rm H}^{i} \end{cases}$$
(74)

Обозначим коэффициенты

$$d_{\rm HH}^{i} = \frac{a_{\rm H}c_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} = -\frac{E}{r_{\rm H}^{i}} \frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}$$
(75)

$$d_{\rm HB}^{i} = -\frac{c_{\rm H}a_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} = 2E \frac{r_{\rm B}^{i}}{\left(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)\!\!\left\{\mu^{2} - 1\right\}}$$
(76)

$$d_{\rm BH}^{i} = -\frac{a_{\rm H}b_{\rm B}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} = -E\frac{2r_{\rm H}^{i}}{\left(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)\left\{\mu^{2} - 1\right\}}$$
(77)

$$d_{\rm BB}^{i} = \frac{a_{\rm B}b_{\rm H}}{c_{\rm B}b_{\rm H} - c_{\rm H}b_{\rm B}} = \frac{E}{r_{\rm B}^{i}} \frac{\left[\frac{(r_{\rm H}^{i})^{2} + (r_{\rm B}^{i})^{2}}{((r_{\rm H}^{i})^{2} - (r_{\rm B}^{i})^{2}} - \mu\right]}{\{\mu^{2} - 1\}}$$
(78)

Окончательно система уравнений в перемещениях примет вид:

$$\begin{cases} \sigma_r^{i_{\rm H}} = d_{\rm HH}^i u_{\rm H}^i + d_{\rm HB}^i u_{\rm B}^i \\ \sigma_r^{i_{\rm B}} = d_{\rm BH}^i u_{\rm H}^i + d_{\rm BB}^i u_{\rm B}^i \end{cases}$$
(79)

Выразим радиальные перемещения через радиусы:

$$\begin{cases} u_{\rm H}^{i} = r_{i+1} - r_{\rm H}^{i} \\ u_{\rm B}^{i} = r_{i}^{i} - r_{\rm B}^{i} \end{cases}$$
(80)

Сформируем условия на границе оболочек в виде системы:

$$\begin{cases} r_{N+1}: \sigma_r^{n_{\rm H}} = 0 \\ r_i \ (1 \le i \le N): \sigma_r^{i_{\rm B}} = \sigma_r^{(i-1)_{\rm H}} \\ r_0: \sigma_r^{0_{\rm B}} = 0 \end{cases}$$
(81)

Подставим (79) и (80) в (81) получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} r_{N+1}: d_{\rm HH}^{n} r_{n+1} + d_{\rm HB}^{n} r_{n} = d_{\rm HH}^{n} r_{\rm H}^{n} + d_{\rm HB}^{n} r_{\rm B}^{n}; \\ r_{i} \ (1 \leq i \leq N): d_{\rm BH}^{i} r_{i+1} + \left(d_{\rm BB}^{i} - d_{\rm HH}^{i-1}\right) r_{i} - d_{\rm HB}^{i-1} r_{i-1} = \\ = d_{\rm BH}^{i} r_{\rm H}^{i} + d_{\rm BB}^{i} r_{\rm B}^{i} - d_{\rm HH}^{i-1} r_{\rm H}^{i-1} - d_{\rm HB}^{i-1} r_{\rm B}^{i-1}; \\ r_{0}: d_{\rm BH}^{0} r_{1} + d_{\rm BB}^{0} r_{0} = d_{\rm BH}^{0} r_{\rm H}^{0} + d_{\rm BB}^{0} r_{\rm B}^{0}. \end{cases}$$

$$\tag{82}$$

Сделаем некоторые преобразования получим:

$$\begin{aligned} d_{\rm BH}^{i} r_{\rm H}^{i} + d_{\rm BB}^{i} r_{\rm B}^{i} &= -E \frac{2r_{\rm H}^{i}}{\left((r_{\rm H}^{i})^{2} - (r_{\rm B}^{i})^{2}\right)(\mu^{2} - 1)} r_{\rm H}^{i} + \frac{E}{r_{\rm B}^{i}} \frac{\left[\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\mu^{2} - 1)}\right]}{(\mu^{2} - 1)} r_{\rm B}^{i} &= \\ &= E \frac{\left[\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\mu^{2} - 1)} - E \frac{2\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)(\mu^{2} - 1)}\right]}{(\mu^{2} - 1)} = E \frac{\left[\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\mu^{2} - 1)}\right]}{(\mu^{2} - 1)} - E \frac{\frac{2\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}}{(\mu^{2} - 1)}\right]}{(\mu^{2} - 1)} = \\ &= E \left\{\frac{\left[\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\mu^{2} - 1)}\right]}{(\mu^{2} - 1)} - \frac{\frac{2\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}}{(\mu^{2} - 1)}\right\}}{(\mu^{2} - 1)}\right\} = E \left\{\frac{\left[\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}\right]}{(\mu^{2} - 1)}}{(\mu^{2} - 1)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}\right)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}\right\} = E \left\{\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}{(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}\right)}\right\}$$

$$\begin{aligned} d_{\rm HH}^{n} r_{\rm H}^{n} + d_{\rm HB}^{n} r_{\rm B}^{n} &= -\frac{E}{r_{\rm H}^{i}} \frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)^{2}} r_{\rm H}^{n} + 2E \frac{r_{\rm B}^{i}}{\left(\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}\right)\left(\mu^{2} - 1\right)} r_{\rm B}^{n} \\ &= E \left[-\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2}}{\left(\frac{\left(r_{\rm H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(\frac{\left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2} - \left(r_{\rm B}^{i}\right)^{2}}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= E \left[\frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right] \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \right) \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(\mu^{2} - 1\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)} \\ &= \frac{\left(r_{\rm B}^{i} - r_{\rm B}^{i}\right)}{\left(r_{\rm B}^{i$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} r_{N+1}: d_{HH}^{n} r_{n+1} + d_{HB}^{n} r_{n} = -\{\mu+1\}; \\ r_{i} \ (1 \le i \le N): d_{BH}^{i} r_{i+1} + \left(d_{BB}^{i} - d_{HH}^{i-1}\right) r_{i} - d_{HB}^{i-1} r_{i-1} = 0; \\ r_{0}: d_{BH}^{0} r_{1} + d_{BB}^{0} r_{0} = -\{\mu+1\}. \end{cases}$$
FIGE
$$d_{HH}^{i} = -\frac{\frac{\left(r_{H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{B}^{i}\right)^{2}}{r_{H}^{i}}; d_{HB}^{i} = 2\frac{r_{B}^{i}}{\left(\left(r_{H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{B}^{i}\right)^{2}\right)}; d_{BH}^{i} = -\frac{2r_{H}^{i}}{\left(\left(r_{H}^{i}\right)^{2} - \left(r_{B}^{i}\right)^{2}\right)}; \\ d_{BB}^{i} = \frac{\left[\frac{\left(r_{H}^{i}\right)^{2} + \left(r_{B}^{i}\right)^{2}}{r_{B}^{i}} - \frac{r_{B}^{i}}{r_{B}^{i}}\right]}{r_{B}^{i}}. \end{cases}$$

Допустим плоское напряженное состояние $\sigma_z^T = 0$ в рулоне. С учетом симметрии задачи в цилиндрической системе координат:

$$\varepsilon_r^T = \frac{du}{dr} \tag{1}$$

$$\varepsilon_{\varphi}^{T} = \frac{u}{r} \tag{2}$$

где ε_r^T и ε_{φ}^T – деформации по координатам r и φ ; u – радиальное перемещение.

Компоненты тензора деформаций вне главной диагонали равны нулю. Из соотношений Дюамела-Неймана:

$$\sigma_r^T = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r^T + \lambda \left(\varepsilon_{\varphi}^T + \varepsilon_z^T\right) - K\omega \qquad (3)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\varphi}^{T} + \lambda(\varepsilon_{r}^{T} + \varepsilon_{z}^{T}) - K\omega \qquad , \tag{4}$$

$$0 = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_z^T + \lambda (\varepsilon_r^T + \varepsilon_{\varphi}^T) - K\omega \qquad , \tag{5}$$

$$\omega = 3\alpha_T (T - T_0) , \qquad (6)$$

$$\lambda = \frac{vE}{(1+v)(1-2v)} \quad , \tag{7}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \tag{8}$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \qquad , \tag{9}$$

где ε_z^T – осевая деформация; T_0 – начальная температура; T – температура в момент, для которого необходимо определить напряжения.

Из уравнения (5) находим ε_z^T :

$$\varepsilon_{z}^{T} = \frac{\kappa}{\lambda + 2\mu} \omega - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \left(\varepsilon_{r}^{T} + \varepsilon_{\varphi}^{T} \right).$$
(10)

Следовательно, уравнения (1) и (2) принимают вид:

$$\sigma_r^T = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_r^T + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^T - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega \quad , \qquad (11)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^{T} + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{r}^{T} - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega \qquad (12)$$

Или с учетом (7) - (8):

$$\sigma_r^T = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\varepsilon_r^T + \nu \varepsilon_{\varphi}^T \right) - \frac{E}{3(1-\nu)} \omega \quad , \tag{13}$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = \frac{E}{1-\nu^{2}} \left(\varepsilon_{\varphi}^{T} + \nu \varepsilon_{r}^{T} \right) - \frac{E}{3(1-\nu)} \omega \qquad (14)$$

С учетом симметрии задачи уравнение равновесия останется одно:

$$\frac{d\sigma_r^T}{dr} + \frac{\sigma_r^T - \sigma_\varphi^T}{r} = 0 \quad . \tag{15}$$

Используя (1) и (2), представим (15) в виде:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+v}{3}\frac{d\omega}{dr}.$$
 (16)

или

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(ru)\right] = \frac{1+v}{3}\frac{d\omega}{dr}$$
(17)

Первый интеграл этого уравнения есть

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(ru) = \frac{1+v}{3}\omega + C_1 \tag{18}$$

Последующее интегрирование дает:

$$u = \frac{1+v}{3r} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{c_{1}}{2} r + \frac{c_{2}}{r} , \qquad (19)$$

где $r^{\rm B}$ – внутренний радиус рулона; C_1 , C_2 – константы интегрирования.

В качестве граничных условий для определения констант интегрирования определяют радиальные напряжения на внутренней и внешней поверхности рулона. Для случая рулона, находящегося на складе, радиальные напряжения принимают равными 0.

$$r = r^{\mathrm{H}} : \sigma_r^T = 0 \tag{20}$$

$$r = r^{\mathrm{B}} : \sigma_r^T = 0 \tag{21}$$

Из системы уравнений (1), (2), (13), (14), (19) - (21) НДС рулона определяется однозначно.

$$\varepsilon_r^T = \frac{du}{dr} = \frac{1+\nu}{3} \left[\omega(r) - \frac{1}{r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2}$$
(22)

$$\varepsilon_{\varphi}^{T} = \frac{u}{r} = \frac{1+v}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{C_{1}}{2} + \frac{C_{2}}{r^{2}}$$
(23)

Преобразуем уравнения (11) и (12) для использования в граничных условиях (20) и (21).

$$\sigma_r^T = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_r^T + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^T - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega = \frac{2\mu}{(\lambda+2\mu)} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_r^T + \lambda\varepsilon_{\varphi}^T - K\omega \right] =$$

$$\begin{split} &= \frac{2\frac{2}{\epsilon_{(1+\nu)}}}{\left(\frac{v}{v}(1-2\nu)^{+}+2\frac{v}{\epsilon_{(1+\nu)}}\right)} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{\left(\frac{v}{(1-2\nu)^{+}+1}\right)}\right) \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{\left(\frac{v}{(1-2\nu)^{+}+1-2\nu\right)}\right)} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{v}{\left(\frac{v}{(1-2\nu)}\right)}\right)} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[2(\lambda+\mu)\varepsilon_{r}^{T} + \lambda\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[2\left(\frac{\lambda+\mu}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{(1+\nu)}\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{\nu}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{E}{(1+\nu)} \left(2\left(\frac{v}{(1-2\nu)} + \frac{1}{2}\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{v}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} \right) - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{E}{(1+\nu)} \left(\left(\frac{2\nu}{(1-2\nu)} + 1\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{v}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} \right) - K\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{E}{(1+\nu)} \left(\left(\frac{2\nu}{(1-2\nu)} + 1\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{v}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} \right) - \frac{E}{(1+\nu)} \left(\frac{v}{(1-2\nu)} + \frac{1}{3}\right)\omega \right] = \\ &= \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{E}{(1+\nu)} \left(\left(\frac{2\nu}{(1-2\nu)} + 1\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{v}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} - (1-2\nu) \left(\frac{v}{(1-2\nu)} + \frac{1}{3}\right)\omega \right] = \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\left(\frac{(1-2\nu)2\nu}{(1-2\nu)} + (1-2\nu)\right)\varepsilon_{r}^{T} + \frac{(1-2\nu)\nu}{(1-2\nu)}\varepsilon_{\varphi}^{T} - (1-2\nu) \left(\frac{v}{(1-2\nu)} + \frac{1}{3}\right)\omega \right] = \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[\omega(r) - \frac{1}{r^{2}}f_{r^{k}} \omega(r)rdr \right] + \frac{C_{1}}{2} - \frac{C_{2}}{r^{2}} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^{2}}f_{r^{k}} \omega(r)rdr + \frac{C_{1}}{2} + \frac{C_{2}}{r^{2}} \right] - \left(\nu + \frac{(1-2\nu)}{3}\right)\omega + \frac{1+\nu}{3}\omega(r) \right] = \end{split}$$

$$\begin{split} &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr \right] + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \right] \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\mathsf{B}}}^r \omega(r) r dr + \frac{$$

$$\begin{split} \sigma_r^T &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + \frac{c_1}{2} - \frac{c_2}{r^2} + \nu \left[\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + \frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{r^2} \right] \right] \\ \sigma_r^T &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-\frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + \frac{c_1}{2} - \frac{c_2}{r^2} + \nu \frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + \nu \frac{c_1}{2} + \nu \frac{c_2}{r^2} \right] \\ \sigma_r^T &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[-(1-\nu) \frac{1+\nu}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + (1+\nu) \frac{c_1}{2} - (1-\nu) \frac{c_2}{r^2} \right] \\ \sigma_r^T &= E \left[\frac{-1}{3r^2} \int_{r^{\rm B}}^r \omega(r) r dr + \frac{c_1}{(1-\nu)^2} - \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} \right] \end{split}$$

Радиальные напряжения в общем виде:

$$\sigma_r^T = E\left[\frac{c_1}{(1-\nu)2} - \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} - \frac{1}{3r^2}\int_{r^B}^r \omega(r)rdr\right]$$
(24)

Напряжения на внутренней и наружной поверхностях:

$$\sigma_{r^{\rm H}}^{T} = E\left[\frac{C_1}{(1-\nu)2} - \frac{C_2}{(1+\nu)(r^{\rm B})^2}\right]$$
$$\sigma_{r^{\rm H}}^{T} = E\left[\frac{C_1}{(1-\nu)2} - \frac{C_2}{(1+\nu)(r^{\rm H})^2} - \frac{1}{3(r^{\rm H})^2}\int_{r^{\rm B}}^{r^{\rm H}}\omega(r)rdr\right]$$

Найдем константы интегрирования подставляя граничные условия:

$$0 = E\left[\frac{C_1}{(1-\nu)^2} - \frac{C_2}{(1+\nu)(r^{\rm B})^2}\right]$$

$$\frac{C_1}{(1-\nu)2} = \frac{C_2}{(1+\nu)(r^B)^2}$$
$$C_1 = \frac{2(1-\nu)C_2}{(1+\nu)(r^B)^2}$$

$$0 = E\left[\frac{C_{1}}{(1-v)2} - \frac{C_{2}}{(1+v)(r^{H})^{2}} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr\right]$$

$$0 = \frac{C_{1}}{(1-v)2} - \frac{C_{2}}{(1+v)(r^{H})^{2}} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$0 = \frac{\frac{2(1-v)C_{2}}{(1+v)(r^{B})^{2}}}{(1-v)2} - \frac{C_{2}}{(1+v)(r^{H})^{2}} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$0 = \frac{C_{2}}{(1+v)(r^{B})^{2}} - \frac{C_{2}}{(1+v)(r^{H})^{2}} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$0 = \left(\frac{1}{(1+v)(r^{B})^{2}} - \frac{1}{(1+v)(r^{H})^{2}}\right)C_{2} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$0 = \left(\frac{1}{(r^{B})^{2}} - \frac{1}{(r^{H})^{2}}\right)\frac{1}{(1+v)}C_{2} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}}\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$0 = \left(\frac{(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}}{(r^{B})^{2}(r^{H})^{2}}\right) \frac{1}{(1+\nu)} C_{2} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$0 = \frac{(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}}{(r^{B})^{2}(r^{H})^{2}(1+\nu)} C_{2} - \frac{1}{3(r^{H})^{2}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$\frac{(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}}{(r^{B})^{2}(r^{H})^{2}(1+\nu)} C_{2} = \frac{1}{3(r^{H})^{2}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$C_{2} = \frac{(r^{B})^{2}(r^{H})^{2}(1+\nu)}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]3(r^{H})^{2}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$C_{2} = \frac{(r^{B})^{2}(1+\nu)}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]3(r^{H})^{2}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$
(25)

$$C_{1} = \frac{2(1-v)C_{2}}{(1+v)(r^{B})^{2}}$$

$$C_{1} = \frac{2(1-v)}{(1+v)(r^{B})^{2}} \frac{(r^{B})^{2}(1+v)}{[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]_{3}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$C_{1} = \frac{2(1-v)}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$
(26)

Подставим в уравнение (19) константы интегрирования (25) и (26): $u = \frac{1+v}{3r} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{r}{2} \frac{2(1-v)}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \frac{1}{r} \frac{(r^{B})^{2}(1+v)}{[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]^{3}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$ 215

$$u = \frac{1+v}{3r} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{r(1-v)}{3[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \frac{(r^{B})^{2}(1+v)}{3r[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$
$$u = \frac{1+v}{3r} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + [r^{2}(1-v) + (r^{B})^{2}(1+v)] \frac{\int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr}{3r[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]}$$

Получим уравнение для перемещений в общем виде

$$u = \frac{1+\nu}{3r} \int_{r^{\rm B}}^{r} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 (1-\nu) + (r^{\rm B})^2 (1+\nu)}{3r[(r^{\rm H})^2 - (r^{\rm B})^2]} \right] \int_{r^{\rm B}}^{r^{\rm H}} \omega(r) r dr$$
(27)

Найдем перемещения на наружной и внутренней поверхностях:

$$u^{B} = \left[\frac{(r^{B})^{2}(1-v)+(r^{B})^{2}(1+v)}{3r^{B}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \left[\frac{r^{B}(1-v)+r^{B}(1+v)}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \left[\frac{1r^{B}-vr^{B}+1r^{B}+vr^{B}}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \left[\frac{1r^{B}+1r^{B}}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \left[\frac{2r^{B}}{3[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \frac{2}{3}\left[\frac{r^{B}}{(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$u^{B} = \frac{2}{3}\left[\frac{r^{B}}{(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}}\right]\int_{r^{B}}^{r^{H}}\omega(r)rdr$$

$$\begin{split} u^{H} &= \frac{1+v}{3r^{H}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \left[\frac{(r^{H})^{2}(1-v)+(r^{B})^{2}(1+v)}{3r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ u^{H} &= \left[\frac{1+v}{3r^{H}} + \frac{(r^{H})^{2}(1-v)+(r^{B})^{2}(1+v)}{3r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ u^{H} &= \frac{1}{3} \left[\frac{1+v}{r^{H}} + \frac{(r^{H})^{2}(1-v)+(r^{B})^{2}(1+v)}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ u^{H} &= \frac{1}{3} \left[\frac{(1+v)[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} + \frac{(r^{H})^{2}(1-v)+(r^{B})^{2}(1+v)}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ u^{H} &= \frac{1}{3} \left[\frac{(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}+v(r^{H})^{2}-v(r^{B})^{2}}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} + \frac{1(r^{H})^{2}-v(r^{H})^{2}+1(r^{B})^{2}+v(r^{B})^{2}}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ u^{H} &= \frac{1}{3} \left[\frac{(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}+v(r^{H})^{2}-v(r^{B})^{2}+1(r^{H})^{2}-v(r^{H})^{2}+1(r^{B})^{2}+v(r^{B})^{2}}{r^{H}[(r^{H})^{2}-(r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \end{split}$$
$$u^{H} = \frac{1}{3} \left[\frac{(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2} + v(r^{H})^{2} - v(r^{B})^{2} + 1(r^{H})^{2} - v(r^{H})^{2} + v(r^{B})^{2}}{r^{H}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$u^{H} = \frac{1}{3} \left[\frac{2(r^{H})^{2}}{r^{H}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$u^{H} = \frac{2}{3} \left[\frac{r^{H}}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$u^{H} = \frac{2}{3} \frac{r^{H}}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

$$u^{H} = \frac{2}{3} \frac{r^{H}}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$

Получаем уравнения:

$$u^{\rm B} = \frac{2}{3} \frac{r^{\rm B}}{(r^{\rm H})^2 - (r^{\rm B})^2} \int_{r^{\rm B}}^{r^{\rm H}} \omega(r) r dr \qquad (28)$$

$$u^{\rm H} = \frac{2}{3} \frac{r^{\rm H}}{(r^{\rm H})^2 - (r^{\rm B})^2} \int_{r^{\rm B}}^{r^{\rm H}} \omega(r) r dr$$
(29)

Найдем деформации:

$$\begin{split} \varepsilon_{\varphi}^{T} &= \frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{(1-\nu)}{3[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \frac{(r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]^{3}} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ \varepsilon_{\varphi}^{T} &= \frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \left[\frac{(1-\nu)}{3[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} + \frac{(r^{B})^{2}(1+\nu)}{3r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ \varepsilon_{\varphi}^{T} &= \frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{(1-\nu)}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} + \frac{(r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \\ \varepsilon_{\varphi}^{T} &= \frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{(1-\nu)}{[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} + \frac{(r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \end{split}$$

Получаем выражения

$$\varepsilon_{r}^{T} = \frac{1+\nu}{3} \left[\omega(r) - \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr \right] + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) - (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$
(30)

$$\varepsilon_{\varphi}^{T} = \frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr$$
(31)

Найдем тангенциальные напряжения:

$$\begin{split} \sigma_{\varphi}^{T} &= \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{\varphi}^{T} + \frac{2\mu\lambda}{(\lambda+2\mu)} \varepsilon_{r}^{T} - \frac{2\mu K}{(\lambda+2\mu)} \omega = \frac{2\mu}{(\lambda+2\mu)} \left[2(\lambda+\mu) \varepsilon_{\varphi}^{T} + \lambda \varepsilon_{r}^{T} - K\omega \right] = \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\varepsilon_{\varphi}^{T} + \nu \varepsilon_{r}^{T} - \left(\nu + \frac{1}{3} - \frac{2\nu}{3}\right) \omega \right] \\ \sigma_{\varphi}^{T} &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\varepsilon_{\varphi}^{T} + \nu \varepsilon_{r}^{T} - \left(\nu + \frac{1}{3} - \frac{2\nu}{3}\right) \omega \right] \\ \sigma_{\varphi}^{T} &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\varepsilon_{\varphi}^{T} + \nu \varepsilon_{r}^{T} - \left(\nu + \frac{1}{3} - \frac{2\nu}{3}\right) \omega \right] \\ &= \frac{E}{(1-\nu)(1+\nu)} \left[\frac{1+\nu}{3r^{2}} \int_{r^{R}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \nu \left(\frac{1+\nu}{3} \left[\omega(r) - \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr \right] + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) - (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \nu \left(\frac{1+\nu}{3} \omega(r) - \frac{1+\nu}{3} \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \nu \left(\frac{1+\nu}{3} \omega(r) - \frac{1+\nu}{3} \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) - (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \frac{1}{3} \left(\frac{1+\nu}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{B})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \frac{1}{3} \omega(r) - \frac{1+\nu}{3} \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{B})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \frac{1}{3} \frac{1}{\omega(r)} - \frac{1+\nu}{3} \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) + (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{B})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr + \\ \frac{1+\nu}{3} \omega(r) - \nu \frac{1+\nu}{3} \frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{1}{3} \left[\frac{r^{2}(1-\nu) - (r^{B})^{2}(1+\nu)}{r^{2}[(r^{B})^{2} - (r^{B})^{2}]} \right] \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr - \\ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) \omega \right] = \\ \end{array}$$

$$\begin{split} &= \frac{E}{(1-v)(1+v)} \Big[\frac{|1+v|}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3} \frac{1}{r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + v \frac{1+v}{3} \omega(r) - \\ & \left(\frac{v}{3} + \frac{1}{3} \right) \omega \Big] = \\ &= \frac{E}{(1-v)(1+v)} \Big[\frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & v \frac{1+v}{3} \frac{1}{r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & v \frac{1+v}{3} \frac{1}{r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & \left(\frac{v}{3} + \frac{1}{3} \right) \Big] \omega(r) \Big] = \\ &= \frac{E}{(1-v)(1+v)} \Big[\frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3} \frac{1}{r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr - \\ & v \frac{1+v}{3r^2} \int_{r^n}^r \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)+(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + v \frac{1}{3} \Big[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \Big] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & \frac{1}{3} \frac{\left[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \right] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \frac{1}{3} \frac{\left[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \right] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & \frac{1}{3} \frac{\left[\frac{r^2(1-v)-(r^n)^2(1+v)}{r^2((r^n)^2-(r^n)^2]} \right] \int_{r^n}^{r^n} \omega(r) rdr + \\ & \frac{1}{3$$

$$\begin{split} & \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^2} \int_{r^8}^r \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 (1-\nu) + (r^8)^2 (1+\nu)}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} + \right. \\ & \nu \frac{r^2 (1-\nu) - (r^8)^2 (1+\nu)}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr - \omega(r) \right] = \\ & \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^2} \int_{r^8}^r \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 - \nu r^2 + 1(r^8)^2 + \nu (r^9)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \right] \\ & \nu \frac{1r^2 - \nu r^2 - 1(r^8)^2 - \nu (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr - \omega(r) \right] = \\ & \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^2} \int_{r^8}^r \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 - \nu r^2 + 1(r^8)^2 + \nu (r^9)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \right] \\ & \frac{1r^2 \nu - \nu r^2 - \nu (r^8)^2 - \nu \nu (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1r^2 \nu - \nu r^2 - \nu (r^8)^2 - \nu \nu (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1}{r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 - \nu r^2 + 1(r^8)^2 + \nu (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1}{r^2} \int_{r^8}^r \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 + 1(r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1}{r^2 \nu - \nu \nu r^8 - \nu \nu (r^8)^2} \\ & \frac{1}{r^2 J r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 + 1(r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1}{r^2 J r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{1r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \frac{1}{r^8} \frac{1}{r^2} \int_{r^8}^r \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & - \frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \int_{r^8}^{r^1} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & - \frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \int_{r^8}^{r^1} \omega(r) r dr + (1 - \nu \nu) \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ & \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(r^8)^2 - (r^8)^2} \right] \\ & - \frac{r^2 + \left[\frac{r^2}{r^8} \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(1-\nu) (1+\nu) r^2 [(r^8)^2 - (r^8)^2]} \right] \\ \\ & \frac{r^8}{q} = \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^2} \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(r^8)^2 - (r^8)^2} \right] \right] \\ \\ & \frac{r^8}{q} = \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^2} \int_{r^8}^{r^8} \omega(r) r dr + \left[\frac{r^2 + (r^8)^2}{(r^8)^2 - (r^8$$

Получаем уравнения для радиальных и тангенциальных напряжений:

$$\sigma_{r}^{T} = \frac{E}{3} \left[-\frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{r^{2} - (r^{B})^{2}}{r^{2} [(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr \right] (32)$$

$$\sigma_{\varphi}^{T} = \frac{E}{3} \left[\frac{1}{r^{2}} \int_{r^{B}}^{r} \omega(r) r dr + \frac{r^{2} + (r^{B})^{2}}{r^{2} [(r^{H})^{2} - (r^{B})^{2}]} \int_{r^{B}}^{r^{H}} \omega(r) r dr - \omega(r) \right] (33)$$

Приложение Д. НСИ для настройки моталок стана 2000

НСИ моталок стана 2000 (вер. 2.0, изм.3) **УТВЕРЖДАЮ** Начальник ПГП <u>(подписано)</u> Н.Н. Жовнодий

«<u>02</u>» <u>марта</u> 2015 г.

НОРМАТИВНО-СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ для настройки моталок стана 2000 на смотку полосы (версия 2.0, изм.3)

1 Соответствие марок стали группам жёсткости

Распределение марок стали по группам жёсткости было выполнено на основе среднего химического состава, прокатываемых марок сталей и представлено в таблице 1. При отсутствии в списке, прокатываемой марки стали – данной марке по умолчанию присваивается группа №4.

Таблица 1

Соответствие марок сталей группам жёсткости для моталок

І руппа жёсткости	Марка стали
1	02, S220GD, St 14, St 22, St 24,DX51D, SPCC, SPCD, SPCEN, SPCE
2	01Ю, 01ЮТ, 06ФБЮАР, 08Ю, 08ЮА, 08пс, 1006, 1008, 10ЮА, 250, DC01, DC01EK, DC03, DC04, DC04ED, DC04EK, DC05, DC06, DD11, DD12, DD13, RRSt 23, RRStW 23, St 12, StW 22, StW 24, ZStE 420, Ct1nc, CS Type A, CS Type B, DC06EK, DD14, DX53D, DX54D, DX56D, HX180YD, SPHC, SPHT 1, SPHT 2, ZStE 220 P, 01ЮПТБ, SPHD, SPCC-SD, SPHC-P, SFX
3	01ЮТБ, 0401, 0401В, 0403, 10, 1010, 1012, 1015, 10пс, 15ЮА, 15пс, 280, 30, 33, HR4, Ст1сп, HC180B, HC220P, 0402, 0404, 15, SS 230 <u>Type</u> 1, S215G, DC03ED
4	-, 0010, 0020, 0021, 0202, 0204, 0300, 0301, 0401Д, 0403Д, 0502Д, 0503Д, 0504Д, 06ФЮ, 08ЮП, 1017, 1019, 1020, 18ЮА, 20, 20ЮА, 20пс, 320, 3311, 36, А, Ст2сп, Ст3пс, Ст3сп, ЭЗА, SGCC, ВПС, 0205, 0503ДР, 36 Туре 1, 0501Д, DS(Type B)
5	0025, 0035, 1018, 1021, 1022, 10ХНДП, 40, В, Е, Н240LA, <u>BSt</u> 37-2, SAPH 440, Ст5сп, Ст2пс, 36 Туре 2, 65Г, <u>Ст3Гпс,</u> SAPH440-P, SS 250 Туре 2, SG295, P310NB
6	0102, 0103, 0200, 0302, 08ГСЮТ, А36, Ст0, HX260YD, P275SL, ZStE 260, ZStE 300, ZStE 340, B,0104,0105, 07ГФЮ, HC180Y
7	0201, 0211, 0212, 0213, 0214, 0215, 17ГС, 22ГЮ, H220PD, H360LA, S235J2G3, S235JR, S235JRG2, S235JRG2C, S250GD, S280GD, SS 400, ZstE 220 BH, HC260LA, HX260LAD, H280LA, H320LA, SS 205, St 44-2, S235JRC, S235J2, S235J2G4C, 0210, 25ГЮ, 45, HSLAS 340 Class 1, SS 36 Type 2
8	09F2C, H400LA, S315MC, S320GD, S350GD, S355J2G3, S355J2G3C, S355JR, S355MC, S355NL, S355J2G4, S355J2G4C, S355JO, St 52-3, CT5DC, HC220Y, HC260Y, HC300LA, HC300P, HC340LA, HC380LA, HX220PD, HX220YD, HX260PD, HX300LAD, HX300YD, HX340LAD, SGRC340, SPRC340, SPRC440, S355JRC, S355J2, 09F2,50,55,SS 340, SS 380, HSLAS 55 Class 1, S275JR, S275JRC, S275JO, S275J0
9	13FC, 17F1CY, 30F2, \$420MC, \$PRC440R, 08XFC, 08XF2C, 10F2C1,70
10	X42, HX380LAD, HX420LAD, P235GH
11	P460QH, X52
12	S460MC, HC420LA, S500MC, 35FCHM
13	S600MC
14	10Г2ФБ, HCT500X, HCT600X, S500QL, S700MC
15	
16	HDT580X

Стр. 1 из б

2 Зависимость предела текучести на моталках от температуры и группы жёсткости марок стали

Величина предела текучести рассчитывается по представленной фирмой SMS табличной зависимости (таблица 2) исходя из группы жёсткости марки стали (таблица 1) и заданной температуры смотки.

Таблица 2

Температура,		Группа жёсткости														
°C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
250	364	386	420	435	448	462	473	488	499	506	520	533	544	562	590	813
325	363	381	410	425	437	453	466	479	490	500	511	523	531	553	573	788
375	358	373	399	414	426	442	456	468	478	489	499	510	517	541	557	761
425	348	362	385	399	411	427	442	453	463	474	483	492	498	525	537	726
475	335	347	367	381	393	408	423	433	443	454	461	470	475	503	514	683
525	318	328	347	359	371	386	400	409	418	428	435	443	447	478	486	631
575	297	306	323	334	346	359	372	381	390	398	404	411	413	447	455	571
625	272	280	296	305	318	329	340	348	357	364	368	375	376	412	420	503
675	243	251	265	273	286	295	304	311	319	324	328	334	333	373	380	427
725	210	218	231	237	250	257	263	270	277	280	283	289	286	329	338	342
775	173	182	195	198	211	214	218	225	231	230	233	239	234	280	291	249

Зависимость предела текучести от температуры и группы жёсткости

Для удобства вычисления предела текучести в информационной системе «Нормативно-справочная информация ССМ АУ» табличный вид зависимости предела текучести от температуры был заменён аппроксимацией вида:

$$\sigma_{\rm T} = a_0 T^2 + a_1 T + a_2,$$
 (1)
где T – заданная температура смотки, °С.

Коэффициенты аппроксимации (таблица 3) были получены методом наименьших квадратов из значений таблицы 2.

Таблица З

Коэффициенты аппроксимации в зависимости от группы жёсткости

Группа	<i>a</i> 0	a_1	a2
1	-0,00079	0,44692	301,17689
2	-0,00071	0,33917	345,72493
3	-0,00065	0,23600	402,02429
4	-0,00070	0,26563	412,45038
5	-0,00069	0,25628	426,98931
6	-0,00078	0,32885	428,12472
7	-0,00087	0,40589	426,26588
8	-0,00086	0,38080	446,20268
9	-0,00087	0,38244	457,37401
10	-0,00097	0,46792	450,11964
11	-0,00095	0,42675	472,84911
12	-0,00093	0,39201	493,50400
13	-0,00095	0,38320	507,21587
14	-0,00092	0,40515	518,60294
15	-0,00077	0,21919	583,36705
16	-0,00165	0,61832	761,23446

(3.4.1)

(3.4.2)

3. Вычисление натяжения, момента и усилия для настройки моталки

3.1 Натяжение на барабане моталки, н/мм2:

$$T_{\text{6ap}} = \frac{9.81 \cdot \sigma_{\text{T}}}{135} \cdot \left(\frac{2}{h} + 0.2\right), \tag{3.1}$$

где *о*т-предел текучести (2.1);

h- заданная толщина полосы, мм.

3.2 Заданное значение усилия натяжения барабана, кН:

$$P_{\text{Hav}} = \frac{T_{\text{бар}} \cdot K_{HMI} \cdot b \cdot h}{1000},$$
(3.2)

где K_{HMI} – коэффициент коррекции натяжения барабана оператором с <u>WinCC</u> (0.6÷1.4); b – заданная ширина полосы, мм.

3.3 Двигательный момент тянущих роликов, н/мм

$$M_{\rm Tp} = \frac{T_{\rm fap} \cdot K_{\Pi} \cdot \frac{D_{\rm Tp}}{4} + \frac{h^2 \cdot b \cdot \sigma_{\rm T}}{4 \cdot 10^6} \cdot 0.25 + M_{\rm yck}}{i} + M_{\rm фрик},$$
(3.3)

где K_{Π} — коэффициент перераспределения натяжения между тянущими роликами и клетью, задаётся оператором с <u>WinCC</u> (например $K_{\Pi} = 0.7$ — означает, что 70% от полного натяжения на барабане моталки создаётся между тянущими роликами и клетью); *i*— передаточное отношение для тянущего ролика (для верхнего *i* = 1.811, для нижнего *i* = 1);

D_{тр} – диаметр тянущего ролика;

$$M_{\text{yck}} = \frac{J \cdot a \cdot NRM}{D_{\text{rp}}}$$
,

где J — момент инерции (для тянущего ролика J=182.8 кг·м² ролик, для привода тянущего ролика J=42 кг·м²);

а – ускорение по последней клети чистовой группы;

NRM = 1543.3 - фактор нормализации.

 $M_{\phi p \mu \kappa} = \left[\frac{V_{vp}}{D_{vp}} \cdot \frac{60^{\circ}i}{\pi} \text{ и выбирается из ряда {60; 20; 25; 40} в зависимости от V_{vp} \right]: 1000 ,$ $Где V_{vp} - фактическая скорость тянущего ролика, м/с.$

3.4 Генераторный момент тянущих роликов

До выхода полосы из 10 клети:

$$M_{\rm Tp}^{\rm FeH} = -\frac{T_{\rm fap} \cdot (1 - K_{\rm II}) \cdot \frac{D_{\rm Tp}}{I} + \frac{M_{\rm yck}}{1000}}{i}$$
(5.4.1)

После выхода полосы из 10 клети:

$$M_{\rm TP}^{\rm reH} = -\frac{T_{\rm fap} \cdot k \cdot \frac{D_{\rm TP}}{4} + \frac{M_{\rm YCK}}{1000}}{i},$$

где k = (0,97 ÷ 0,6) - в зависимости от толщины 1 ÷ 26 мм.

3.5 Усилие прижима тянущих роликов (формула Siemens), кН:

$$F_{ds} = \frac{T_{\text{fap}} \cdot K \mathbf{1}_{HMI} \cdot \mathbf{b} \cdot h}{2.1 \cdot 1000}$$
(3.5)

Стр. 3 из б

4 Ответственность

4.1 Ответственным за ведение и поддержание в актуальном состоянии соответствия марок сталей группам жёсткости для моталок (таблица 1) в системе «Нормативно-справочная информация ССМ АУ» является ВЦ ПГП. Изменения в систему «Нормативно-справочная информация ССМ АУ» специалистами ВЦ ПГП вносятся в 1-ю утреннюю перевалку чистовой группы стана 2000 после получения утвержденной версии данного документа.

4.2 Переназначение группы жёсткости для марок сталей производится путём выпуска изменённой версии данного документа.

Зам. начальника ПГП по технологии	(подписано)	А.А. Ефремов
Электрик ЦРЭмСА, участок ПГП	(подписано)	Ю.В. Рябушкин
Начальник отдела УРСУ ЦРСА	(подписано)	С.В. Кудинов

Стр. 4 нз б

<u>ИЗМЕНЕНИЯ</u>

Версия 1.0. Изменение 1 (18.03.2014)

- 1. Марка Ст5пс перенесена из 7 группы в 8.
- 2. В 7 группу добавлены марки S275JO и S275JO.

Версия 2.0. (21.04.2014)

Удалены: CS(Type B), S235JO

Изменена группа жесткости

Марка стали	Группа жёсткости			
	существующая	новая		
H320LA	1	7		
St 44-2	2	7		
01ЮПТБ	5	2		
0501Д	5	4		
DX53D, SPHC, SPHT 1, SPHT 2	7	2		
07ГФЮ	8	6		
DS(Type B)	10	4		
65F	12	5		

______ Добавлены

Группа жёсткости	Марка стали					
1	DX51D, SPCC, SPCD, SPCEN, SPCE					
2	CS Type A, CS Type B, DC06EK, DD14, DX54D, DX56D, HX180YD, ZStE 220 P, SPHD, SPCC-SD					
3	HC180B, HC220P, 0402, 0404, 15					
4	SGCC, BПC, Ст3Гпс,0205, 0503ДР, 36 Туре 1					
5	36 Type 2					
6	HX260YD, P275SL, ZStE 260, ZStE 300, ZStE 340, B,0104,0105					
7	HC260LA, HX260LAD, H280LA, SS 205, S235JRC, S235J2, S235J2G4C, 0210, 25FЮ, 45					
8	HC220Y, HC260Y, HC300LA, HC300P, HC340LA, HC380LA, HX220PD, HX220YD, HX260PD, HX300LAD, HX300YD, HX340LAD, SGRC340, SPRC340, SPRC440, S355JRC, S355J2, 09F2,50,55					
9	SPRC440R, 08XFC, 08XF2C, 10F2C1,70					
10	HX380LAD, HX420LAD, P235GH					
11	P460QH, X52					
12	HC420LA, S500MC, 35FCHM					
13	S600MC					
14	HCT500X, HCT600X, S500QL, S700MC					

Версия 2.0. Изменение 1 (29.04.2014)

Изменена группа жесткости

Марка стали	Группа жёсткости			
	существующая	новая		
Ст3Гпс	4	5		

L L	CTSLITE	4	5	
Добавлены				
Группа		Manua era		
жёсткости		тиарка ста	ли	
7	HSLAS 340 Class 1			

Стр. 5 нз б

Версия 2.0. Изменение 2 (12.05.2014)

Добавлены

Группа жёсткости	Марка стали
16	HDT580X

Основание: РАБОЧИЙ ПЛАН № ... версия 00 1 по теме: "Отработка технологии производства горячекатаной двухфазной стали в диапазоне класса прочности DP 500-800 gr EN 10338".

Версия 2.0. Изменение 3 (10.02.2015)

Изменена группа жесткости

Manua era su	Группа жёст	кости	0-200-200-200-200-200-200-200-200-200-2	
тујарка стали	существующая	новая	примечание	
01Ю, 08Ю, DC04, DC04ED, DC04EK, DC05, DC06	1	2	Для унификации марок, а также по результатам анализа по рябизне	
S275JR, S275JRC, S275JO, S275JO	7	8	П.2.1-2.2 раздела II протокола №2 объединенного совещания рабочих групп по модернизации систем автоматизации ПГП и повышению эффективности работы систем управления стана 2000 от 02.02.2015	
SS 36 Type 2	5	7	Марка перенесена по просьбе технологов из 5-ой группы	

Добавлены

Группа жёсткости	Марка стали	Примечание			
2	SPHC-P	ТК № 05757665-1.2-3-4.5-129-2014 версия 08			
2	SFX	ТК № 05757665-1.2-3-5-4-242-2014 версия 02			
	SS 230 Type 1	ТК № 05757665-1.2-3-4-237-2014 версия 02			
2	\$215G	РП "Корректировка химического состава стали марки S215G по DIN 1623:2009-05"			
3	DC03ED	РП "Производство опытных партий холоднокатаного проката для эмалирования из стали марокDC03ED, DC04ED, DC06EKno EN 10209:2013"			
	SAPH440-P	ВТК № 05757665-1.2-3-4-214-2014 версия 01 29.04.2014			
-	SS 250 Type 2	ТК № 05757665-1.2-3-4-220-2014 версия 02			
2	SG295	ТК № 05757665-1.2-3-4-185-2014 версия 02			
	P310NB	ТК № 05757665-1.2-3-4-185-2014 версия 02			
6	HC180Y	РАБОЧИЙ ПЛАН № 5-ХП-ЗАК-2014-39 версия 01			
8	SS 340, SS 380	ТК № 05757665-1.2-3-4-212-2014 версия 05			
	HSLAS 55 Class 1	РП Отработка технологии производства горячекатаного проката из стали марки HSLAS 55 Class 1			

¹⁾ При пользовании настоящим документом необходимо проверить актуальность ссылочных нормативных документов в соответствии с утвержденными перечнями соответствующих документов в информационной системе "Стандарты предприятия".

Приложение Е. Регламент по предъявлению брака и н/п

УТВЕРЖДАЮ Директор по прокатному производству С.И. Мазур 20 2017 г.

об использовании результатов диссертационной работы аспиранта кафедры «ОМД» ФГБОУ ВПО ЛГТУ Шопина И.И.

AKT

В результате выполнения исследовательской работы по теме «Формоизменение горячекатаной полосы при смотке в рулон» разработана математическая модель изменения плоскостности полосы в процессе смотки и охлаждения рулона. Целью разработанной модели является определение плоскостности горячекатаной полосы в холодном состоянии.

На основе проведенной работы были выработаны рекомендации, позволяющие сократить количество аварийных остановок агрегата нормализации из-за критической неплоскостности горячекатаной полосы. Это позволило сократить расходный коэффициент на агрегате нормализации с 1,013 т/т в 2014 году до 1,009 т/т в 2015 году

По результатам проведенных исследований были внесены изменения в «Регламент по предъявлению несоответствующей продукции и отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР-1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2, ПДС», утвержденного 20.02.2015.

Начальник ЦДС

Зам. начальника ЦДС

От ФГБОУ ВПО ЛГТУ Научный руководитель профессор, д.т.н.

Аспирант

О.В. Черников

В.Н. Черкасов

С.М. Бельский

И.И. Шопин

Открытое акционерное общество «Новолипецкий металлургический комбинат»

УТВЕРЖДАЮ

Директор по прокатному производству УЧТЕННЫЙ ЭКЗЕМПЛЯР .IQC С.И. Мазур рег. № <u>_3</u>270 2015 г. 20 02

РЕГЛАМЕНТ

по предъявлению брака, несоответствующей продукции и отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР № 1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2, ПДС

Взамен «Регламента по предъявлению брака, несоответствующей продукции и по отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР № 1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2 или ПДС», утвержденного Директором по прокатному производству 24.05.2011 г. (рег.№ 2097).

1 Область применения

Настоящий регламент устанавливает общие требования к действиям персонала при обнаружении дефектов на подкате, поступающем в ПДС.

Требования настоящего регламента распространяются на деятельность персонала травильного участка ПДС при предъявлении брака, несоответствующей продукции и образцов металла с дефектами, которые привели к превышению расходного коэффициента в линии обработки агрегат подготовки горячекатаных рулонов (АПг/кР) №1,2, для определения виновника ПГП, КЦ-1,2 или ПДС.

2 Нормативные ссылки¹⁾

В настоящем регламенте использованы ссылки на следующие документы:

ТИ 05757665-ПДС-01-2013 «Травление, холодная прокатка, термическая обработка и покрытие изотропной электротехнической стали»;

ТИ 05757665-ПДС-17-2014 «Травление, холодная прокатка, термическая обработка и дрессировка углеродистых и малоуглеродистых марок стали»;

СТП СМК 05757665-8.3-001-2014 «Система менеджмента качества.

¹⁾ При пользовании настоящим документом необходимо проверить актуальность ссылочных документов в соответствии с утвержденными перечнями соответствующих документов, размещенными в информационной системе «Стандарты предприятия».

Регламент по предъявлению брака, несоответствующей продукции и по отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР №1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2 или ПДС

В случае нарушения верхней границы параметра «Расходный коэффициент» при длине дефектного участка, не превышающего требования п.5.2.2 вышеназванных инструкций, указывается причина «Технологически необходимая операция».

При наличии дефектного участка превышающего требования п.5.2.2 вышеназванных инструкций, дефектный участок наматывается на барабан моталки и снимается в виде подмотки. Задний конец рулона, имеющий дефекты внутренних витков, снимают с барабана разматывателя в виде подмотки. Каждая подмотка маркируется с указанием номера плавки и партии, марки металла, размера, веса подмотки, шифра дефекта.

3.6 При выявлении дефектов на подрезанном рулоне, препятствующих его дальнейшей обработке, он задается на повторную обработку согласно п.5.2.4.5 ТИ 05757665-ПДС-01 и п.5.3.5 ТИ 05757665-ПДС-17. Дефектные участки выматывают в подмотку, переподрезают или, если он единичный, вырубают. Каждая подмотка маркируется с указанием номера плавки и партии, марки металла, размера, веса подмотки, шифра дефекта. Вырубленный образец маркируют и складируют в специальную кассету на выходных участках АПг/кР №1,2.

3.7 На металле, предназначенном для обработки на агрегате нормализации, производится визуальная оценка неплоскостности заднего конца рулона, в соответствии с Регламентом оценки отклонения ОТ плоскостности горячекатаного подката в линии АПг/кР-1,2 ПДС. При неплоскостности заднего конца рулона более 3-го балла, от этого конца производится отбор образца длиной 2 м. В случае снижения скорости на агрегате нормализации из-за проблем с задачей переднего конца рулона, по причине неплоскостности, на этот рулон составляется протокол нарушения технологии. Виновник определяется комиссионно с предъявлением предварительно подготовленного образца (устранение рулонной кривизны). В случае получения несоответствующей продукции или брака на агрегате нормализации или дальнейших переделах, по причине снижения скорости обработки на агрегате нормализации, виновник определяется согласно протоколу нарушения.

3.8 В случае-выявления дефектной продукции сменный мастер травильного участка сообщает об этом сменному мастеру контрольному ЦАИП участка ПДС. После аттестации дефектной продукции, сменный персонал ЦАИП в соответствии с СТП СМК 05757665-8.3-001 составляет акт на выявленную несоответствующую продукцию или брак с вводом информации в систему слежения за металлом ПДС (ССМ ПДС).

3.9 Снятые с АПг/кР №1 подмотки складируют в изоляторе брака АПг/кР №1 (пролет Б-В, оси 18-20), а с АПг/кР №2 - в изоляторе брака АПг/кР №2 (пролет А-Б, оси 36-38).

3.10 Предъявление брака, несоответствующей продукции и образцов металла с дефектами, которые привели к превышению расходного коэффициента, производится в ПДС представителям ПГП и КЦ-1,2 два раза в неделю по

3

Регламент по предъявлению брака, несоответствующей продукции и по отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР №1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2 или ПДС

вторникам и пятницам в 10:00 в травильном участке ПДС.

4 Требования к хранению документов и данных

4.1 «Производственно-технологический журнал кантователя» хранится на посту агрегата 1 год.

4.2. Акты на несоответствующую продукцию и брак хранятся в ЦАИП (участок ПДС) в течение 3 лет.

4.3 По истечении срока хранения указанных документов поступают в соответствии с требованиями СТП СК 05757665-05-10.

5 Ответственность

5.1 Ответственность за выполнение настоящего регламента возложена на начальника травильного участка ПДС.

5.2 Ответственность за контроль исполнения требований настоящего регламента возложена на заместителя начальника ПДС по технологии.

И.о. начальника ПДС

Виза:

Ответственный по СМК ПДС – зам. начальника по технологии

В.Н. Черкасов

В.Н. Черкасов

Регламент по пре́дъявлению брака, несоответствующей продукции и по отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффициента при обработке на АПг/кР №1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2 или ПДС

Лист согласования к «Регламенту по предъявлению брака, несоответствующей продукции и по отнесению горячекатаных рулонов с превышением нормативного расходного коэффи-циента при обработке на АПг/кР № 1,2 ПДС на виновника ПГП, КЦ-1, КЦ-2 или ПДС»

N⁰	Полжности	Результат	Инициалы,
п/п	должноств	согласования	фамилия
1.	Начальник ЦАИП	Согласен	А.В. Хожайнов
2	И.о. начальника Технического центра	Согласен	Е.В. Берестюков
3	Начальник ПГП	Согласен	Н.Н. Жовнодий
4	Начальник КЦ-1	Согласен	В.Н. Караваев
5	Начальник КЦ-2	Согласен	В.А. Лавров

Достоверность данных подтверждаю:

И.о. начальника ПДС

В.Н. Черкасов

Комментарии:

Приложение Ж. Классификатор дефектов

УТВЕРЖДАЮ Директор по прокатному производству С.И. Мазур 6249.10 2017 r. >> N 3499 АКТ

об использовании результатов диссертационной работы аспиранта кафедры «ОМД» ФГБОУ ВПО ЛГТУ Шопина И.И.

В результате выполнения работы по теме «Формоизменение горячекатаной полосы при смотке в рулон» классифицированы дефекты горячекатаной полосы по степени критичности. Целью классификации является сокращение затрат за счет обработки на НТА ЦДС рулонов горячекатаных полос с некритичными дефектами, минуя агрегаты подготовки горячекатаных рулонов (АПг/кР-1,2) ЦДС.

Внедрение разработанного «Классификатора дефектов ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющего осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР» от 14.10.2016 позволило уменьшить количество рулонов, обрабатываемых без АПг/кР ЦДС рулонов с необрезной кромкой с 44% (январьоктябрь 2016 г.) до 66% (ноябрь-декабрь 2016 г.) без увеличения производственных потерь на НТА ЦДС.

Начальник ЦДС

Зам. начальника ЦДС

От ФГБОУ ВПО ЛГТУ Научный руководитель профессор, д.т.н.

Аспирант

О.В. Черников

В.Н. Черкасов

С.М. Бельский

И.И. Шопин



Публичное акционерное общество НОВОЛИПЕЦКИЙ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ

учтенный экземпляр JAC per. Nr 3674

Утверждаю: Начальник ПДС

овал О.В. Черников 2016 г.

Классификатор

дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

> Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

Настоящий классификатор содержит типичные дефекты кромки изотропной электротехнической стали (ЭИС) 0-3 групп легирования и углеродистых марок стали. В данном классификаторе приведены конкретные примеры дефектов, позволяющих обработку металла в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР, и примеры дефектов, которые требуют предварительной обработки проката на АПг/кР.

Содержание классификатора:

1.	Дефекты кромки, требующие обработки проката на АПг/кР	3
	Заворот кромки	3
	Раскатанная трещина	4
	Складки	. 5
	Рулоны с маленьким внутренним диаметром	6
2.	Дефекты кромки, с которыми можно задавать прокат на НТА	7
	Заворот кромки	7

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

1. Дефекты кромки, требующие обработки проката на АПг/кР.

Заворот кромки (015)



Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР



6

5



Рулоны с маленьким внутренним диаметром

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР



Складки (020)

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

236

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПГ/кР



7

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

2. Дефекты кромки, с которыми можно задавать прокат на НТА без предварительной обработки на АПг/кР.

Заворот кромки (015)



согласовано Заместитель начальника по технологии – Ответственный по СМК ПДС

Начальник прокатного участка ПДС

Начальник травильного участка ПДС

РАЗРАБОТАНО



Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АГ њной обработки на АПг/кР

Классификатор дефектов кромки ЭИС 0-3-й группы легирования и углеродистых марок стали, не позволяющих осуществлять обработку в линии НТА без предварительной обработки на АПг/кР

Е.В. Ткачик

А.А. Сакир

В.Н. Черкасов



10

Приложение З. Акт внедрения режима смотки полосы на АПП-З ЦДС

УТВЕРЖДАЮ Директор Дирекции по прокатному производству С.И. Мазур (O ADMA 11 2017 г.

AKT

об использовании результатов диссертационной работы аспиранта кафедры «ОМД» ФГБОУ ВПО ЛГТУ Шопина И.И.

В результате выполнения исследовательской работы по теме «Исследование формоизменения горячекатаной полосы при смотке в рулон для прогнозирования плоскостности полосы в холодном состоянии» разработана слоистая модель напряженнодеформированного состояния. Данная модель использована для определения оптимального режима смотки проката с полимерным покрытием обеспечивающего устойчивость товарных рулонов.

Разработанный оптимальный режим смотки позволил снизить расходный коэффициент с 1,0013 т/т до 1,0003 т/т, выход брака с 0,0411% до 0,0047% и выход несоответствующей продукции с 0,3168% до 0,2860%. В годовом выражении это позволяет получить экономический эффект в размере 6 359 тысяч рублей.

Начальник ЦДС

odent

О.В. Черников

Начальник отдела по технологии и качеству ЦДС

В.Н. Черкасов

Οτ ΦΓΕΟΥ ΒΠΟ ЛΓΤΥ

Научный руководитель профессор, д.т.н.

С.М. Бельский

Аспирант

И.И. Шопин